標 準 重 力 と は 何 か

東京大学理学部地球物理学教室 山科健一郎・竹内 均

(昭和 47 年 5 月 25 日受理)

What is a Standard Gravity Formula ?

K. YAMASHINA and H. TAKEUCHI

Geophysical Institute, University of Tokyo

(Received May 25, 1972)

Scandinavian region is uplifting and Indian region is a stable shield area, so we may expect negative gravity anomaly in the former region and no systematic anomaly in the latter. Against these expectations, we have no systematic negative anomaly in Scandinavia and negative anomaly in India, if the anomalies are calculated basing upon the standard gravity formula including only ($l = 2$ and 4 , $m = 0$) term in the spherical harmonic expansion. It may be, however, that processes responsible to the Scandinavian uplift and the Indian geology occur in shallower depth (probably in the C layer, asthenosphere) and that mass anomaly responsible to the anomaly of rather longer wave length (or smaller wave numbers l and m) exists deep (probably in the C and D layers, mesosphere) within the earth. If such is the case, in order to get gravity anomaly closely related to geology, we must take as the standard gravity not only ($l = 2$ and 4 , $m = 0$) term but also higher order terms in the spherical harmonic expansion. In short we must choose the standard gravity formula so as to get gravity anomaly which is agreeable with other geophysical and geological observations.

Studies are made from the above point of view. Gaposchkin and Lambeck's data on the spherical harmonic expansion of geoidal undulations are used. It is our tentative conclusion that by including terms up to ($l = 8$, $m = 8$) we get anomalies which are more agreeable with geology than the standard gravity formula.

§ 1. 新しい標準重力と重力異常の考え方

地球上の各点で観測された重力の値は、「重力異常」の形で表現され、比較されることが多い。重力異常は、地球のジオイドのモデルと真のジオイドの形との違いを間接的に表現し、地球の形状を決定する際に重要である。今日一般には、地球のジオイドの基本的なモデルとして、回転楕円体が採用されている。この楕円体からのずれが異常という形で表現されるわけである。

一方「重力異常」は地殻や上部マントルの研究にしばしば用いられる量である。特に「フリーエア異常」は、近似的に「均衡異常」と等しいものとみなされ地殻の運動と結びつけた議論が行なわれる。しかしながら、地質現象や地殻の運動と直接かかわりをもつ「重力異常」は、地球の浅い所に原因をもつ部分だけであると考えられる。マントル下部やコアに達するような

昭和 47 年 4 月 20 日地震学会にて発表。

深所の質量の異常が、地表の局地的な現象と直接結びつくとは考えにくいからである。これはメソスフェアが十分な堅さをもっており、地表の現象に直接関与する原因はリソスフェアとアセノスフェアにあると考えることに相当する。

しかしどのような方法で、浅い所に原因する成分をとり出すかが問題である。幸いにも人工衛星の観測資料が集積し、地球重力場の外部ポテンシャルが、球函数展開の形でかなり高次の項まで求められるようになった。経験的に、より低次の項、すなわち、より長い波長の成分は、地球の深い所に原因があり、高次の項は浅い所に原因があるとみなすことができる。従つて適当な展開項よりも低次の「重力異常」の項を、地質現象とは直接関係のない、新しい標準重力の中にくみこんで、除いてしまうことが考えられる。この基本的な考え方はすでに竹内(1969)によつて主張されたことである。

従来の標準重力式(1938, 1967)はこの展開項の $(l, m) = (2, 0)$ と $(4, 0)$ の一部だけを考慮したことに相当する。

§ 2. 球函数展開

地球の外部重力ポテンシャル場 V は次のように球函数展開の形で表現される。ここで、赤道半径 a 、動径 r 、地心経度 λ 、地心緯度 ϕ 、万有引力定数 G 、地球質量 M とする。

$$V = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_l \sum_m \left(\frac{a}{r} \right)^l P_l^m(\sin \phi) \{C_l^m \cos m\lambda + S_l^m \sin m\lambda\} \right]$$

これより、地表重力の値は近似的に

$$-\frac{dV}{dr} = \frac{GM}{r_e^2} \left[1 + \sum_l \sum_m (l+1) \left(\frac{a}{r_e} \right)^l P_l^m(\sin \phi) \{C_l^m \cos m\lambda + S_l^m \sin m\lambda\} \right]$$

さらに、ジオイド上の重力異常は

$$\Delta G = \frac{GM}{r_e^2} \left[\sum_l \sum_m (l-1) \left(\frac{a}{r_e} \right)^l P_l^m(\sin \phi) \{C_l^m \cos m\lambda + S_l^m \sin m\lambda\} \right]$$

ただし r_e は、基準楕円体の動径である。

展開係数 C_l^m S_l^m 、として、以下では GAPOSCHKIN and LAMBECK (1971) の値を採用する。これは $(l, m) = (16, 16)$ までの全項と $l=22$ までの一部の項を求めてある。高次の項についてはかなり異なる値の報告もある(たとえば、KOCH and WITTE (1972))。なお重力や重力異常を V の r 微分だけで近似することにもなる誤差は、 $l=22$ くらいまでの議論では 1/100 mgal の程度である。

§ 3. 基準楕円体の変更

GAPOSCHKIN and LAMBECK が採用した基準楕円体は、偏平率を f として、次の通りである。

$$GM=3.986013 \times 10^{20} \text{ cm}^3/\text{sec}^2$$

$$a = 6.378155 \times 10^8 \text{ cm}$$

$$f = 1/298.258$$

$$J_2 = 1.082628 \times 10^{-6}$$

これから決まる従来の意味での標準重力式は

$$g=978.0291\{1+0.00530224 \sin^2 \phi-0.00000582 \sin^2 2\phi\} \text{ gal}$$

一方、今日まで広く使われている国際標準重力式 (1938) は

$$g=978.049 \{1+0.0052884 \sin^2 \phi-0.0000059 \sin^2 2\phi\} \text{ gal}$$

これまでの重力観測値は、ポツダムでの絶対測定をもとにしているが (ポツダムシステム) この値に 10 数 mgal の誤りのあることが明らかにされている。ここでは 1967 年の IUGG 総会による -14.0 mgal という補正値を採用しておく。従来の国際標準重力式を用いて算出した重力異常の値を GAPOSCHKIN and LAMBECK が採用した基準楕円体上にひきなおすための補正値を、Table 1 に示す。赤道で $+6 \text{ mgal}$ 、極で -7 mgal の補正が必要となる。

§ 4. スペクトル解析からの推論

球面上のスペクトル解析により、重力異常をひきおこしている原因の深さを見つめることがで

Table 1. Correction of the gravity anomalies from the international standard ellipsoid to the reference ellipsoid of Gaposhkin and Lambeck.

latitude (°)	correction (mgal)
0	5.9
10	5.4
20	4.2
30	2.4
40	0.2
50	-2.0
60	-4.2
70	-5.9
80	-7.1
90	-7.5

きる。質量の分布がホワイトであると仮定すれば、異常質量が分布する深さを d 、地球半径を a として

$$(2l+1)\sqrt{\frac{1}{2l+1}\{(C_l^m)^2+(S_l^m)^2\}}\infty\left(\frac{a-d}{a}\right)^l$$

という関係が得られる。GAPOSCHKIN and LAMBECK (1971) が求めた係数 C_l^m , S_l^m を用いて計算した斉藤 (1972) の結果を Fig. 1 に示す。これを仮に 2 本の直線で近似すると、 $l \leq 8$ という波数の小さい部分からは約 2000 km、波数の大きい部分からは約 300 km という深さの見つもりがえられる。前者がメゾスフェアに、後者がアセノ

Fig. 1. Power spectrum for the gravitational potential SAITO, 1972.

Fig. 2. Free air gravity anomalies with respect to the ellipsoid.

Fig. 3. Free air gravity anomalies with respect to the $l=3$ geoid.

Fig. 4. Free air gravity anomalies with respect to the $l=8$ geoid.

Fig. 5. Free air gravity anomalies with respect to the $l=22$ geoid.

Fig. 6. Free air gravity anomalies with respect to the ellipsoid.

Fig. 7. Free air gravity anomalies with respect to the $l=3$ geoid.

Fig. 8. Free air gravity anomalies with respect to the $l=8$ geoid.

Fig. 9. Free air gravity anomalies with respect to the $l=22$ geoid.

スフェアに原因をもっていると考えることができる。

§ 5. テストフィールドの設定

ここで、地質学的特徴がはつきりしていると考えられるテストフィールドとして、スカンジナビア半島とインドを選び出した。いずれも、地質現象と観測される重力の値が、あまり適合していない例と見なされてきた地域である（たとえば DALY (1969) など）。

先に述べた考え方に基き、適当な展開項 (l, m) よりも低次の項を標準重力の中に組みこむ。

Fig. 10. The $l=2\sim 8$ term of gravity anomalies with respect to the reference ellipsoid $f=1/298.258$ (10 mgal contours). Shaded areas are regions of negative anomalies.

限界の (l, m) をいろいろ変えて重力異常を求め、地質学的特徴によく適合する (l, m) の選び方があるかどうかをみた。

地表重力の観測値としては、世界中の観測をフリーエ異常の形で緯度経度5度×5度の格子にまとめた UOTILA (1962) の値を用いる。なお、インドでは 300 マイル×300 マイルの格子にまとめた KAULA (1666) の値を補助的に使用する。

(a) スカンジナビア半島

スカンジナビア半島は、顕著な隆起地域として知られる。それは一般に、氷河期の厚い大陸氷河によつておしこめられていた地殻が、徐々に回復しつつあるものと解釈されている。今後も相当の隆起を続けることが予想され、従つて重力的には強い負の異常が期待される地域である。基準楕円体を変更したフリーエ異常の観測値を Fig. 2 に示す。コンターの間隔は 10 mgal で、負の領域に影をつけてある。スカンジナビアが、それほど著しい負の異常をもつとはいえない。

$(l, m)=(2, 2)$ を標準重力に含めることは、地球のジオイドモデルとして三軸不等楕円体を採用したことにはほぼ相当する。しかしこのようにしても、事情はほとんど変わらない。(3, 3) までを標準項とみなすと、全体に約 10 mgal だけ負の異常が大きくなる (Fig. 3)。同様の傾向は (9, 9) ぐらいまで変わらない (Fig. 4)。さらに高次の項までを標準項に含めると、負の異常はまた小さくなる (Fig. 5)。

(b) インド

インドのデカン高原は、地質的に安定した楕状地であり、アイソスタシーに近い状態と考え

られる。従つて、それほどはつきりした重力異常は期待できない地域である。しかしこれまでの標準重力式を用いて計算すると卓越した負の異常が表われる (Fig. 6). $(l, m)=(2, 2)$ を標準項にくみいれても、それほど事情は改善されないが、 $(3, 3)$ までをくみいれると負の異常はかなり小さいものとなる (Fig. 7). $(4, 4)$ から $(8, 8)$ ぐらいまでの傾向は大差なく正負入りまじつた分布になる (Fig. 8). もつと高次までをくみいれるとコンターの間隔が密になり、期待される分布からはずれる (Fig. 9).

§ 6. 結 論

以上の結果から、新しい標準重力式として、重力を球函数に展開したときの $(l, m)=(8, 8)$ ぐらいまでをとることが考えられる。これを採用すると、従来の標準重力式を用いた場合よりも、上に述べたような意味で、地質学的特徴によりよく適合した重力異常が得られる。すなわちスカンジナビア半島でははつきりした負の異常が得られるし、インドでは正負の符号の入りまじつた分布となる。これは、先に述べたスペクトル解析の結果とも調和する。

Fig. 10に展開項 $(8, 8)$ までの重力異常の和を示す。ここでは基準楕円体に基く $(2, 0)$ と $(4, 0)$ 項の一部を除いてある。従来の国際重力標準式 (1938) を用いて計算した重力異常の値を、新しい意味での重力異常になおすには、まず基準楕円体を変更する補正 (Table 1) を行い、さらに Fig. 10 で与えられる低次の重力異常の値を引きさればよい。

新しい標準重力に基いた重力異常の値と地質現象との関係が、世界の他の地域でどうなるか今後検討を加える必要がある。

文 献

- DALY, R. A., 1969, *Strength and Structure of the Earth*, Hafner, New York. (Reprinted from the 1940 edition)
- FUJII, Y., 1969, On the Geodetic Reference System 1967, 測地学会誌, **14**, 106-111.
- GAPOSCHKIN, E. M., and K. LAMBECK, 1970, 1969 Smithsonian Standard Eath (II), *Smithson. Astrophys. Obs. Spec. Rep.*, **315**, 1-93.
- GAPOSCHKIN, E. M., and K. LAMBECK, 1971, Earth's Gravity Field to the Sixteenth Degree and Station Coordinates from Satellite and Terrestrial Data, *J. Geophys. Res.*, **76**, 4855-4883.
- KAULA, W. M., 1966, Tests and Combination of Satellite Determinations of the Gravity Fields with Gravimetry, *J. Geophys. Res.*, **71**, 5303-5314. (See Gaposchkin and Lambeck (1970).)
- KOCH, K. R., and B. U. WITTE, 1971, Earth's Gravity Field Represented by a Simple-Layer Potential from Doppler Tracking of Satellites, *J. Geophys. Res.*, **76**, 8471-8479.
- KOZAI, Y., 1969, Revised Values for Coefficients of Zonal Spherical Harmonics in the Geopotential, *Smithson. Astrophys. Obs. Spec. Rep.* **295**, 1-17.
- 斎藤正徳, 1972, 地球物理とスペクトル解析, 数理科学, 1972年1月号, 60-66.
- TAKEUCHI, H., 1969, What is the Standard Gravity?, 測地学会誌, **14**, 7-9.
- UOTILA, U. A., 1962, Harmonic Analysis of World-Wide Gravity Material, *Ann. Acad. Scient. Fennicae*, A., III., **67**, 1-17.