複二本吊型高感度重力計について

京都大學理學部地球物理學教室 一 戸 時 雄

(昭和 25 年 11 月 29 日受理)

Highly Sensitive Double Bifilar Gravimeter

Tokio ICHINOHE

Geophysical Institute, Kyoto University

By modifying the usual bifilar gravimeter, we have constructed a highly sensitive gravimeter named as "Double Bifilar Gravimeter". Its sensitivity reached $10^{-10} g/mm$ under usual conditions of the instrument, and the gravity variations by the earth tides were able to be clearly observed.

1. 緒言 重力の地域的變化の研究が割合進んでいるのに對して、時間的變化の研究は殆ど行われていない状態である。時間的變化は永年變化と天體の引力による週期的變化とに分けられるが、靜的な方法で永年變化を測ることは結局重力計を構成する素材の問題になるので、その問題については暫らく措き、こゝでは週期的變化を測定する重力計について考察する。

天體の引力による週期的な變化の總量は $2 \times 10^{-7} g$ 程度と考えられるから、これを解析して各分潮毎の値を精密に算出する爲には重力計の感度を $10^{-8} g$ の程度に高め、然もその變化を連續記録することが望ましい。

この目的で Schweydar¹⁾ は Schmidt²⁾ の原理によつて Bifilar gravimeter を製作し、月の引力による重力變化を觀測したが、その感度は光點の動き 1 mm に對して $0.84 \times 10^{-6} g$ であるから、これをもつて一桁下の月の半日潮 $3.32 \times 10^{-8} g$ まで出すのは不正確をまぬがれない。その後 Tomaschek³⁾ はやはり同じ原理の重力計に工作上種々改良を加えて重力變化の連續記録をうることに成功している。然るに筆者の試みた所によれば、Tomaschek と同形同大の構造のものによつても Tomaschek の感度を出すことは出来なかつたので、筆者はその感度の上らぬ所以を追求し、この型を幾分改造して容易に感度を上げることが出来た。その改造の要約は既に發表しているが、⁴⁾本誌上ではそれを稍々詳細に述べようとするものである。

2. Modified Bifilar Gravimeter 第1圖は比較のために從來の Bifilar Gravimeter を圖解式に描いたものであるが、圖の如き位置でその時の重力と釣合つていたとすれば、釣合の條件は次の5式で表わされる。

Fig. 1

$$s(l-l_0) + p \sin \alpha - Mg = 0$$

$$f(\omega - \varphi) - p \frac{ab \sin \varphi}{m} = 0$$

$$l = h_0 + h$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{m}$$

$$h^2 = m^2 - (a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi)$$

こゝに p は 2 本の吊絲にかかる張力, s, f は夫々スプリングの単位長の伸に對する應力及び単位角の捩れに對するモーメント, その他の符號は圖に示した通りである. いま重力の微小變化 dg に對して φ が $d\varphi$ だけ變つたとすれば, 上の條件式より感度 $\frac{d\varphi}{dg}$ は次の如く求められる

$$\frac{d\varphi}{dg} = -\frac{ab \sin \varphi}{mf + abp \cos \varphi} \cdot \frac{m}{h} \left\{ M - \left(s + \frac{p}{m} \right) \frac{dh}{dg} \right\} \quad (1)$$

こゝで近似的に $m = h$, $\frac{dh}{dg} = 0$ とおけば

$$\frac{d\varphi}{dg} = -\frac{abM \sin \varphi}{mf + abp \cos \varphi} \quad (2)$$

次に最初の釣合の状態に於て φ に更に微小なる角變位 ε を與えて放すと φ を中心に廻轉振動を始めるが, その時の振動週期 P と $\frac{d\varphi}{dg}$ との關係を求めてみよう. 嚴察には相當難しくなるが近似的には, 角變位 ε に對する復元能率 R は條件式第 2 により

$$R = f\{\omega - (\varphi + \varepsilon)\} - p \frac{ab \sin(\varphi + \varepsilon)}{m}$$

ε は小なる故, $\cos \varepsilon = 1$, $\sin \varepsilon = \varepsilon$ とおいてこれを整理すれば

$$R = \left\{ f(\omega - \varphi) - p \frac{ab \sin \varphi}{m} \right\} - \left\{ f + p \frac{ab \cos \varphi}{m} \right\} \varepsilon$$

第 1 項は零に等しいから錘の慣性能率を I とすれば結局運動方程式は

$$I \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} = - \left\{ f + p \frac{ab \cos \varphi}{m} \right\} \varepsilon$$

となり, 之を解くと週期 P は

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{I}{f + p \frac{ab \cos \varphi}{m}}}$$

となる. これと (2) 式とを組み合わせ $I = m^2 M$ とおけば

$$\left| \frac{d\varphi}{dg} \right| = \frac{ab \sin \varphi}{4\pi^2 m \varphi^2} P^2 \quad (3)$$

が得られる。

第(2)式に於ては感度 $\frac{d\varphi}{dg}$ は p と φ の函数であるが、いま $a=6$, $b=3$, $m=130$, $f=1000$, $g=980$, $M=50$, $p=(I)\frac{8.5}{50}Mg$, $(II)\frac{15}{50}Mg$ なる數値を與えて φ と $\frac{d\varphi}{dg}$ との關係を表はしたものが第2圖の實線である。但し縦軸には $\frac{d\varphi}{dg}$ そのまゝの値の代りに光行距離 5m の記録紙上光點の變位 1mm に相當する $\frac{dg}{g}$ の 10 を底とする對數を取つてある。

圖に見る通り φ のある値に對して $\frac{d\varphi}{dg}$ は無限大になるが、こゝは負の無限大から正の無限大に不連続的に變る所謂 labil な釣合の所であり、實際にはそのすぐ近くは使用出来ないから安定して使えるのは不連続點から離れた所、従つて感度の餘り良くない所である。そこで第(2)式に戻つてみると $\frac{d\varphi}{dg}$ を大にするには右邊の分母を小にすればよいのであるが、 p を小にすることによつて第2項は幾らでも小さく出来るから結局問題は第1項の mf を小にすることに歸着する。

Fig. 2
— Bifilar Gravimeter
I: $p = \frac{8.5}{50}Mg$ II: $p = \frac{15}{50}Mg$
--- Modified Bifilar Gravimeter
I: $p = \frac{0.085}{50}Mg$ II: $p = \frac{0.15}{50}Mg$

Fig. 3

先づ m 即吊絲の長さを小にすると第1圖より容易に想像される通り第(1)式中の $\frac{dh}{dg}$ が大になり従つて $\frac{d\varphi}{dg}$ を小にする。次に f 即スプリングの振モーメントを小にする爲には弱いスプリングを使用すればよいのであるが、その爲には錘の質量即分子の M も小にせねばならぬのでこれも不適である。従つて相當大きい M をかけられて而も振モーメント丈が非常に小さいようなスプリングがあつたらよい譯である。その爲に筆者は第3圖のような工夫を凝らした。即ちスプリングと錘との間を M に耐える程度の細い string で繋いでこの string の弱い振れモーメントを利用するのである。以後この型の重力計を Modified Bifilar Gravimeter と呼ぶことにする。いま圖の如き釣合の位置に於て string の振れ角を θ , 單位角の振れに對するモーメントを τ とすれば釣合の條件式は次の如くなる。

$$s(l-l_0) + p \sin \alpha - Mg = 0$$

$$\tau \theta - p \frac{ab \sin \varphi}{m} = 0$$

$$f(\omega - \theta - \varphi) - \tau\theta = 0$$

$$l + k = h_0 + h$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{m}$$

$$h^2 = m^2 - (a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi)$$

之より $\frac{d\varphi}{dg}$ を求めると

$$\frac{d\varphi}{dg} = -\frac{ab \sin \varphi}{m \frac{\tau f}{\tau + f} + ab p \cos \varphi} \cdot \frac{m}{h} \left\{ M - \left(s + \frac{p}{m} \right) \frac{dh}{dg} \right\} \quad (4)$$

近似的に $m = h$, $\frac{dh}{dg} = 0$, $\tau \ll f$ とおくと

$$\frac{d\varphi}{dg} = -\frac{ab M \sin \varphi}{m \tau + ab p \cos \varphi} \quad (5)$$

またこれの廻轉振動に對しては復元能率 R は近似的に

$$R = -\left\{ \frac{\tau f}{\tau + f} + p \frac{ab \cos \varphi}{m} \right\} \varepsilon$$

となり週期 P と $\frac{d\varphi}{dg}$ との関係は (3) と全く同じ形に出て来る。實際に $\tau = \frac{f}{100}$ 程度に

とすることは極めて容易であるから従來のものに較べて感度は簡単に 100 倍は上げられる。

$$\tau = \frac{f}{100} = 10, \quad p = (I) \frac{0.085}{50} Mg, \quad (II) \frac{0.15}{50} Mg, \quad \text{その他の常}$$

数は Bifilar Gravimeter と同じ數値を入れたときの φ と $\frac{d\varphi}{dg}$ との關係を第 2 圖の破線で表はしてある。

たゞ一つこゝで問題になるのは斯様に string に捩れを與えてそのモーメントに頼っていると溫度變化の影響及 creep が非常に大きくきいてくることである。それでこれらが少くて而も弱い捩れモーメントを得るために、次にこれを止めて更に第 4 圖の如き方法を考えた。

3. Double Bifilar Gravimeter. 第 4 圖に於ては string の振彈性を用いる代りに、2 本吊の性質として幾何學的に——この話は適當でないかも知れないが——生ずる廻轉モーメントを利用するのである。以後この型を表題に掲げた如く Double Bifilar Gravimeter と呼ぶことにする。Double Bifilar Gravi-

meter に於ては釣合の式は次の 10 個になる.

$$T \sin \beta + t \sin \alpha - Mg = 0$$

$$T \frac{ce \sin \theta}{n} - t \frac{ab \sin \varphi}{m} = 0$$

$$s(l - l_0) - T \sin \beta = 0$$

$$f(\omega - \theta - \varphi) - T \frac{ce \sin \theta}{n} = 0$$

$$t = qT$$

$$l + k = h_0 + h$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{m}$$

$$\sin \beta = \frac{k}{n}$$

$$h^2 = m^2 - (a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi)$$

$$k^2 = n^2 - (c^2 + e^2 - 2ce \cos \theta)$$

こゝに t 及 T は夫々外及内側の吊絲にかかる張力, q は夫らの比である. 上の式では吊絲の剛性による捩れモーメントの項を無視しているが, それは吊絲に径 30μ の invar 線を用いるとき, 線の捩れによるモーメントは幾何學的な廻轉モーメントの値に對してせいぜい 2 % 程度に過ぎないからである.

これらの條件式から $\frac{d\varphi}{dg}$ を求むれば

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dg} = & - \frac{\sin \varphi}{f \left(1 \pm \frac{q \cos \varphi}{F} \right) + \frac{abqMg \cos \varphi}{m \left(\frac{k}{n} + q \frac{h}{m} \right)}} \times \left\{ \left[m \left(\frac{k}{n} + q \frac{h}{m} \right) \right]^2 \left\{ \left(\frac{k}{n} + q \frac{h}{m} \right) - q \frac{h}{m} \right\} \right. \right. \\ & \left. \left. \pm \frac{f}{F} \right] \frac{dq}{dg} + \frac{abqM}{m \left(\frac{k}{n} + q \frac{h}{m} \right)} \left\{ \frac{dq}{dg} - \left(\frac{k}{n} + q \frac{h}{m} \right) \left(\frac{1}{n} \frac{dk}{dg} + \frac{q}{m} \frac{dh}{dg} \right) \right\} \right\} \\ \frac{dq}{dg} = & - \frac{m}{h} \left[\frac{1}{gk} \left(\frac{k}{n} + q \frac{h}{m} \right) \left\{ \frac{ns}{M} \left(\frac{k}{n} + q \frac{h}{m} \right) \left(\frac{dh}{dg} - \frac{dk}{dg} \right) - \left(k \frac{dg}{dg} + g \frac{dk}{dg} \right) \right\} \right. \\ & \left. + \frac{1}{n} \frac{dk}{dg} + \frac{q}{m} \frac{dh}{dg} \right] \\ F = & \sqrt{\left(\frac{cem}{abn} \right)^2 - (q \sin \varphi)^2} \end{aligned}$$

(6)

となるが, 前と同様近似的に $m = h$, $n = k$, $\frac{dh}{dg} = \frac{dk}{dg} = 0$, $q \ll 1$ おけば $\frac{dq}{dg} = \frac{1}{g}$ となり

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{dg} = - \frac{\left(abM + \frac{mf}{gF}\right) \sin \varphi}{mf \left(1 \pm \frac{q \cos \varphi}{F}\right) + abqMg \cos \varphi} \\ F = \sqrt{\left(\frac{cem}{abn}\right)^2 - (q \sin \varphi)^2} \end{cases} \quad (7)$$

が得られる。こゝで正符號は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ なる時、負符號は $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ なる時である。次に

振動週期 P と $\frac{d\varphi}{dg}$ との關係を求めんに、復元能率 R は近似的に

$$R = -Mg \left\{ \frac{ce}{n} \cos \theta - \frac{f}{f + Mg \frac{ce \cos \theta}{n}} + q \frac{ab}{m} \cos \varphi \right\} \varepsilon$$

となり従つて P は

$$P = 2\pi \sqrt{I/Mg \left\{ \frac{ce}{n} \cos \theta - \frac{f}{f + Mg \frac{ce \cos \theta}{n}} + q \frac{ab}{m} \cos \varphi \right\}}$$

條件式を用いてこれから θ を消去し、(7) 式と組合せるとやはり前と同じ形となり

$$\left| \frac{d\varphi}{dg} \right| = \frac{ab \sin \varphi}{4 \pi^2 m v^2} P^2 \quad (8)$$

が得られる、

この場合にも $\frac{d\varphi}{dg}$ は q 及 φ の函数であるが、(7) 式に $a=6$, $b=3$, $m=130$, $n=10$,

Fig. 5

$c=e=0.1$, $f=1000$, $g=980$, $M=50$, $q=(I)\frac{7.0}{1000}$,

(II) $\frac{7.2}{1000}$ において φ と $\frac{d\varphi}{dg}$ との關係を計算によつて求めたのが第5圖である。實線は正符號、破線は負符號に對するものであり、序に鎖線をもつて $r^2=2$ なる時の P との關係を示しておいた。

4. Calibration. 筆者はスプリングに徑 0.5 mm の elinvar, 吊絲に徑 30μ の super-invar を用い、諸常數が略々上述の値になるように Gravimeter を設計し、その感度を測つてみた。測定には Schweydar の如く錘に小さい質量を附加する方法を採つた。附加した質量は 2.25 mg で、従つて高感度の状態では光點の移動が餘りにも大き過ぎるので感度を出来るだけ落して行つた。

第 (3) 式によれば、 a, b, m, r は構造上の常數であるから、いま φ を一定に保つて P のみを變えて行くと P と $\frac{d\varphi}{dg}$ との關係は parabola で表はされる筈である。第 6 圖は之を示したもので 4 個の點は實測の値である。次に P を一定に保つて φ のみを變えれば φ と $\frac{d\varphi}{dg}$ との關係は sine-curve になる筈であつて、第 7 圖はこれを示し、3 つの點が實測の値である。curve と實測値との多少の偏差は P 及 φ を測定する時の實驗誤差の程度であり、(3) 式の關係は現實に保持されているとして差支ないであらう。従つて今後我々はこの 2 つの curve によつて凡ゆる φ 及 P に對する實際の感度を知り得るのである。實測に際しての値を入れると 1mm の光點の移動に對する感度は次表の通りである。

Fig. 6

Fig. 7

Table 1.

φ	optical distance	period	sensibility
120°	5 m	25 sec	$178 \times 10^{-8} \text{g/mm}$
"	"	50	44.4
"	"	100	11.1
"	"	150	4.93
"	"	200	2.78

この値は實際に calibration を行つた値から導出したものであつて、第 5 圖の計算に用いた常數の値と實際の器械のそれとが必ずしも一致していない以上、第 5 圖に示した結果と上表の値とが多少異つてゐるのは當然である。

この器械による觀測の一例として、本年 9 月の新月に際し京大阿武山地震觀測所に於て記録した重力變化の半日潮は全振幅が記録の上で 8 mm に出ている。その時の器械の狀態は $\varphi = 130^\circ$ 、光學距離 = 166 cm、 $P = 115 \text{ sec}$ であつたから感度は $2.84 \times 10^{-8} \text{g/mm}$ 、従つて重力變化は $2.84 \times 10^{-8} \text{g} \times 8 = 22.7 \times 10^{-8} \text{g}$ である。但しこれには氣象變化の影響も多少含まれてゐたであらうことを附言しておく。

5. 結語。以上述べたことを要約すれば、從來の Bifilar Gravimeter ではスプリングの振れモーメントが大きくて感度を餘り上げられないので、小さいモーメントを得るためにスプリングと錘との間を切れない程度の細い 2 本の string で繋いだ Gravimeter を試作して calibration を行つた結果、大體所期の良結果が得られたということである。尙器械は未だ完全ではなく、溫度變化が相當きゝ、damper も附していないので 150 sec. 200 sec. 程度

の感度に對しては熱對流或は地面の脈動等の攪亂のために器械は不安定となり従つて地表に於ては完全な記録をとることは不可能である。それでこれらの攪亂を避けるために、近く兵庫縣生野鑛山の坑道に器械を設置して地殻潮汐による重力變化を觀測する豫定である。尙永年變化測定のための creep のない別な重力計も目下研究中である。

終りに本研究にあたり終始御懇篤な御指導を仰いだ西村英一博士並びに器械及檢定裝置等の實際の工作に當られた安田幾之助、津島正男の兩氏に對し感謝の意を捧げる。尙この研究は文部省科學研究費によつてなされたものである。

1950-11-20

文 獻

- 1) W. Schweydar, Sitz. d. Kön. Preuß. Akad. Bd. 14 (1914) 454-465
- 2) Aug. Schmidt, Gerl. Beitr. z. Geophys. Bd. 4 (1900) 109-115
- 3) R. Tomashek u. W. Schaffernicht, Ann. d. Phys. 5 Folge, Bd. 15 (1932) 787-824
- 4) 一戸時雄. 科學. Vol. 20 (1950) No. 7, 325-326