1979 年 1 月 13 日北海道鵠川沖地震

北海道大学理学部地震予知観測地域センター 高 波 鉄 夫

(昭和 54 年 12 月 24 日受理)

On the Earthquake on January 13, 1979 off Mukawa, Southern Hokkaido

Tetsuo TAKANAMI

Research Center for Earthquake Prediction, Faculty of Science, Hokkaido University

(Received December 24, 1979)

On January 13, 1979, a shallow earthquake of magnitude 4.2 after the Research Center for Earthquake Prediction of Hokkaido University (hereafter called RCEP) occurred off Mukawa, southern Hokkaido. Some distinguished foreshocks and aftershocks with relation to this event were observed.

It is a remarkable event because in this region such shallow events have seldom occurred by this time.

After two days of the main shock a seismological observation had set up at Mukawa by means of a cassette tape recorder with a tape speed of 0.10 mm/sec. From the view point of disasters, seismic intensity of the main shock was also investigated in the whole of Mukawa town.

From the above detailed seismological survey data, several important facts were found as follows.

1. Some stages of seismic activities were suggested. In the first stage, four small events took place in succession in the furthest places off Mukawa. This activity was completed in a relatively short span of time of half an hour. After a following aseismic period of seven hours, the dramatic main stage appeared near the southeast rim of the source region of the impending main event. At this second stage, two extremely large main event occurred successively in mere two minutes. After that, such a phenomenon of occurrence of earthquakes in a limited region and in a short time interval was sometimes recognized in a vaguely sense.

2. Focal mechanism solution of the main event suggested that type of fault movement was a left-lateral strike slip pattern as well as other shallow events occurred previously in Hidaka district. The fact was attributed to the field of east west trending compressional shearing stress in the whole of Hidaka district. It may be said in this connection that a fault plane with dip direction of 311.4° measured counter-clockwise from the north is in accord with a general direction of source area implied by epicentral distribution of a series of small events with relation to this main shock.

It is furthermore consistent with an edge of "old downed delta" [Mogi (1964)].

3. Based on the results of error analysis in hypocentral parameters with the prediction analysis after WOLBERG (1967), the standard errors of hypocentral coordinates due to random errors in the data and model parameters of velocity structure may be several kilometers at most.

4. Micro-seismic zoning map of earthquake intensity for the main shock suggested that

local difference of seismic intensity depends upon variety of geological structures in places.

5. A T-phase, traveling through the ocean with the velocity of sound in sea water was found on seismograms of coastal station ESH, which is one of RCEP stations. The path of propagation from the epicenter to ESH is mostly oceanic.

§ 1. はじめに

1979 年 1 月 13 日 10 時 37 分頃、北海道南部鵒川町沖合約 5 km の海底で $M 4.2$ [北海道大学理学部地震予知観測地域センター (略して RCEP) による] の有感地震^{註1)}が起きた。この地震の苫小牧での震度は I であった。震源地は苫小牧より東南東 25 km の距離にあった。

ところでこの地震の起きる直前の 1 月 12 日に、その前震と認められる微小地震が PCEP の観測網にすでに数個観測されていた。

RCEP では 1 日遅れで震源決定のルーチン作業を行っているのでそれらをこの地震の前震、または一連の地震と判断するのは容易であった。

震源を精度良く決めるためのいくつかの検討を行つた結果、ほとんどの地震は 10 数 km 前後の浅い地殻内地震であったのが理解された。

このような浅い地震は、今まで当地域では滅多に起きていない珍しい地震の 1 つである。

これまでに報告された有感地震は 1962 年 4 月 29 日 (鵒川 I) と 1964 年 6 月 30 日 (鵒川 II 2 回) の 3 つの地震のみであった。

この比較的大きかつた地震の発生から 2 日後の 1 月 15 日より、その後の地震活動の推移を監視する目的で鵒川町立二宮小学校に地震観測用の長時間カセット式データ・レコーダ 1 台を設置した。

また震源に最も近かつた鵒川町の震度調査も実施した。

この臨時の地震観測と震度調査でえられた資料の整理とその考察を試みたのでここに報告する。

§ 2. 地震観測と震源計算

まずこの臨時観測点も含めた地震観測網を Fig. 1 に示す。震源決定精度を上げるために気象庁樽前山震動観測 A 点と北海道大学有珠火山観測所の樽前衛星観測点の資料も加えた。

鵒川町の臨時観測点が稼動を始めるまでは、この 2 つの観測所の資料が震源決定に大いに寄与した。

これらの観測点でえられた資料を用いて、以下に述べる手続きにもとづき震源を求めた。

註 1) 気象庁の発表では震央が $141^{\circ}48'E$, $42^{\circ}34'N$, 深が 50 km, そして地震規模は $M 4.3$ とある。

Fig. 1. Locations of seismic stations and index map. Open circles: Permanent stations of the Research Center for Earthquake Prediction of Hokkaido University (RCEP). Double circles: Temporal or Permanent stations of other agencies (the Usu Volcano Observatory of Hokkaido University and the Japan Meteorological Agency, JMA). MUKW is a temporal station kept by the author during January 15 to March 22 1979. Shaded area in a square: The noted source area in this study.

(1) 地下構造モデル

地震の群発した鵒川沖の海底地質構造 (速度構造) については正確な知識を持っていないのが現状である。従つて適当な仮定にもとづいた地下構造モデルを考えなければならない。当地域に最も近くで行われた静内沖の海底地震探査 [DEN and HOTTA (1973)] があるので、まずその結果を上部地殻構造モデルを考える際に参考にした。そして下部地殻と最上部マントルについては、既に報告されている東北地方の

Table 1. P-velocity model used in calculation of hypocenters in the present study. S-velocities are assumed by the ratio of P-velocity to S-velocity, which is 1.73.

Crustal Model	
Velocity, km/s	Depth, km
1.7	0.0
2.9	0.9
4.4	2.8
5.1	4.5
6.2	10.5
6.6	18.0
7.5	30.0

速度構造を参考にした。

それらにもとづいて作った地下構造モデルが Table 1 で示されている。地殻上部に 4.4 km/sec の厚い堆積層をとり入れているのがこのモデルの特徴の一つである。

Fig. 2. Results obtained from the temporal seismological observation. Top: Daily number of earthquakes with P-S times of 10.5 sec and less at MUKW. Middle: Frequency distribution of P-S times at MUKW. Bottom: An example of seismogram at MUKW where a compact cassette recorder with a tape speed of 0.10 mm/sec was used to record such seismograms.

(2) 震源計算

いままでに述べてきた観測資料と地下構造モデルとによりただちに震源が求められる。

観測網の中で最も近い臨時観測点での P-S 時間の頻度分布 (Fig. 2) から判断して非常に浅い地震であつたのが容易に理解できるが、その臨時観測点が設置されるまでの期間については樽前山にある 2 つの火山観測点が最も震源に近い観測点であり、ともに大体 40 km の震央距離にある。このように時期によつて観測の体制が変つたのであらかじめ観測点の配置や用いた地下構造の精度、および読取りの誤差などによつて決定された震源パラメータにどの程度の影響を受けているのを吟味しておく。

仮りに各観測点での読取り精度が ± 0.05 秒 (但し、苫小牧測候所と樽前山震動観測 A 点と

Fig. 3. Error contour maps of x , y , and z coordinates and origin time for the present array configuration. Plane layered model used in the calculations was shown in Table 1. A reference event is assumed at 15 km depth.

の記録については記録の送り速度が遅いので ± 0.1 秒とした), 各層の深さの決定誤差が ± 2 km と仮定したとき ESH, TAR, TAR1, TOM, HSS, MUKW, HIC, MSN, KMU, ERM, MYR, IWN の 12 観測点すべてが検出可能であつた場合, 震源の深さを 15 km とすると当震源域での震源決定誤差, $(EX^2 + EY^2 + EZ^2)^{1/2}$ は約 5 km となる. ただし EX , EY , EZ は X 方向, Y 方向, Z 方向の震源決定誤差である. 次いで震源近傍の MUKW, TAR, TAR 1 が欠けた場合は約 8 km 程度の誤差が推定された. このように震源付近の観測点の有無が震源決定精度を強く支配しているのが知れる.

観測点の配置等, 震源決定に用いる各パラメータの誤差等を考慮したときの最終的に推定される誤差の地理的分布の一例を Fig. 3 に示す. なお, これらの値を求めるための計算については APPENDIX で述べる.

つづいて S-P 時間の震央距離と深さとの関係についてみる. S-P 時間から第 1 次近似的に震央距離や深さをどの程度推定できるのかを仮定した水平な多層構造モデルを用いて吟味しておくことも重要であると思われる. このような観点から計算して求めた関係図が Fig. 4 である.

この図から明らかなように, 水平な多層構造モデルの場合, 少なくとも S-P 時間が震央距離と震源の深さとに簡単な正比例の関係にあるとは言えず, ある震源距離においては 2 つの震

Fig. 4. S-P contour map used in test of resolution for hypocentral parameters with model shown in table 1.

源の深さの解をもつ場合も生じる. 今回の地震の震源域の場合についてはそのような条件の悪いケースに相当する距離にあつたのが暗示された. 樽前山の火山観測点までの震央距離が約 30 ~ 40 km, 震源の深さが 15 km 前後となる時, S-P 時間からはユニークな解が求められにくいのが図より理解できる.

ただし観測点が震源近傍にあるかいは, その決定精度に決定的に影響するのは明らかである. 震源近傍の臨時観測点の資料を加えた場合とそうでない場合との震源分布の違いを図示したのが Fig. 5 である. 震源要素の比

較については Table 2 で示した。なお臨時観測点を加えたケースには、鵒川町で臨時観測が実施されていた期間に、比較の数多くの観測点での P 波と S 波との発現時が十分精度よく読みとれた地震の理論走時と観測走時との差を観測点補正量とし、臨時の観測が実施される以前の地震についてもその量を加えて計算を行つた結果も含んでいる。

Fig. 6 には震源の垂直断面図（北西-南東断面：A-B、北東-南西断面：B-C）を示した。さらに浅い地殻内地震であつたと推察させる地震記象を Fig. 7 に示す。これは気象庁松代地震観測所での本震の地震記象である。初動 P 波の後に明瞭な相が認められ、これを自由表面に対応する地表もしくは海底下の反射波とすればその時間差がすこぶる短かい点より推して地殻内地震であつたとするのが都合よい。

Fig. 5. Comparison of epicenters by RCEP (open circles) and those recalculated in this study (solid circles).

§3. 震度調査

一般に浅い地震の場合は震源地もしくはその付近にのみ特異的に震度の高い地域の存在するのが予想される。今回の1月13日1時37分の地震については苫小牧測候所で震度Ⅰの報告があつただけであるが、我々は震源地に最も近い鵒川町全域の震度を調査する目的で臨時の地震観測に出動すると同時に同町一帯にはほぼ一様に震度の調査票を配布すべく、二宮小学校に依頼した。

地震発生後約1週間以内にその調査票の回収が行われた。配布した調査票の数は約40枚である。その回収された調査票をいくつかの地域ごとに分類し、各地域ごとの平均震度を求めて図示したのが Fig. 8 である。調査方法は太田・他(1979)によつた。

この鵒川町全域の震度分布からみて、苫小牧の震度だけからは容易に想像できないほど、ローカルに強く感じていた場所のあつたのが理解できた。とくに河川沿いがより強く感じたのが

Table 2. Comparison of parameters of hypocenters by RCEP and those of recalculated in this study.

	Origin time	Latitude	Longitude	Depth	Magnitude	
1	1979 01 12 17 11 35.6	42°39.60'	141°58.20'	89.9 km	2.16	RCEP
	1979 01 12 17 11 37.8	42 31.27	141 50.51	14.1		relocated
2	1979 01 12 17 11 59.3	42 37.20	141 57.60	77.0	3.17	RCEP
	1979 01 12 17 12 00.2	42 31.53	141 50.34	22.0		relocated
3	1979 01 12 17 33 11.9	42 36.60	141 54.60	77.4	1.70	RCEP
	1979 01 12 17 33 12.5	42 30.71	141 50.76	12.6		relocated
4	1979 01 12 17 40 05.6	42 36.00	141 55.20	75.4	2.27	RCEP
	1979 01 12 17 40 05.9	42 30.54	141 51.09	13.7		relocated
5	1979 01 13 01 35 16.1	42 34.80	141 54.00	39.1	3.51	RCEP
	1979 01 13 01 35 14.5	42 30.53	141 52.23	19.3		relocated
6	1979 01 13 01 37 21.5	42 34.80	141 54.00	41.1	4.24	RCEP
	1979 01 13 01 37 19.8	42 31.09	141 52.50	21.1		relocated
7	1979 01 13 09 08 35.1	42 41.40	141 51.00	82.1	2.43	RCEP
	1979 01 13 09 08 36.2	42 31.09	141 51.08	18.4		relocated
8	1979 01 13 09 48 16.2	42 33.60	141 53.40	28.5	2.90	RCEP
	1979 01 13 09 48 14.1	42 31.32	141 51.07	13.9		relocated
9	1979 01 13 11 16 44.6	42 34.80	141 55.20	60.1	2.62	RCEP
	1979 01 13 11 16 44.0	42 31.44	141 50.82	16.1		relocated
10	1979 01 13 16 31 46.8	42 40.80	141 52.80	85.2	2.62	RCEP
	1979 01 13 16 31 47.9	42 30.99	141 51.08	16.0		relocated
11	1979 01 13 18 23 45.2	42 34.20	141 55.20	62.8	1.71	RCEP
	1979 01 13 18 23 45.0	42 31.42	141 51.27	18.1		relocated
12	1979 01 14 07 43 23.6	42 35.40	141 52.80	33.9	3.25	RCEP
	1979 01 14 07 43 21.8	42 30.66	141 52.01	13.3		relocated
13	1979 01 14 13 29 23.9	42 36.60	141 55.20	76.9	1.99	RCEP
	1979 01 14 13 29 24.7	42 31.36	141 51.43	21.2		relocated
14	1979 01 14 21 09 41.1	42 43.20	141 50.40	93.4	2.05	RCEP
	1979 01 14 21 09 43.4	42 30.83	141 52.14	21.2		relocated
15	1979 01 15 20 46 56.2	42 36.00	141 55.20	73.8	1.87	RCEP
	1979 01 15 20 46 56.6	42 31.56	141 52.69	10.0		relocated
16	1979 01 17 03 56 51.3	42 34.80	141 54.00	31.3	2.96	RCEP
	1979 01 17 03 56 49.1	42 31.96	141 51.87	14.4		relocated
17	1979 03 29 04 07 02.8	42 36.60	141 55.80	53.2	3.23	RCEP
	1979 03 29 04 07 01.6	42 31.19	141 53.72	22.2		relocated

知れた。

震央距離と震度との関係からみると、高々 20 km の距離差で震度差が 2 以上になつたのは苦小牧での震度が異常に小さかつたとも言える。震央距離と震度との関係は必ずしも直線の関係ではなくかなりばらつくのが普通であるが、その程度が大きかつた。

§4. 考 察

ここでは今回の地震を調査するなかで、いくつかの貴重な体験をしたのでそれらについての考察を行う。

まず震源決定の問題についてである。鵒川町及びその付近では今までに浅い地震が減多に起きないLow seismicityの地域であつた。そのために RCEPの地震観測網の中ではネットの粗い地域に相当していた。まさに今回の地震観測のように臨時観測に出動すべき環境の下にあつたと言える。検知能力については RCEP の地震観測網は十分高感度の観測システムをとつているので微小な地震でも容易に検知はできた。

ここで問題になるのはその震源の決定精度である。やはりこの問題に大きく寄与するのは震源に最も近い観測点の資料であろう。1 点でも震源近傍に観測点が存在すれば精度は著しく高くなるのが先きの調査で知れている。

今回の場合のように、現地での観測開始が遅れた場合は観測点補正を施すことにより、少なくともそれ以前の地震についても相対的位置関係が改善されうる。一方、仮りに正確な地下構造

Fig. 6. Distribution of foci projected on the vertical sections along the A-B and B-C lines shown in Fig. 9.

Fig. 7. Seismogram of main shock at Matsushiro Seismological Observatory of JMA. Note a large phase following the first P-waves.

モデルを採用したとしても精度の良い震源決定があまり期待できない悪い条件下に遭遇する場合もありうる。

従つて震源計算された結果をみる時はこれらの点を留意する必要がある。我々は地図上にプロットされた震源は各々異つた精度をもっていることを理解しなければならない。

ここでは観測点の追加，記録の再生速度の高速化，観測点—震源間の走時異常の補正等，震源決定精度を高めるようないくつかの手続きを経た後の震源分布から次に述べる興味あることがら導き出された。

まず RCEP の大きなネットで決めた震源は内陸に位置したのに対し，再検討されたものはすべて鵜川の沖合いに震源が求められた。散在的に分布していたのに対し集中する傾向が認められ，その震源域の広さはすこぶる小さくなつた。本震の地震規模から想像される余震域に近い面積となつてきた。深さに関しても狭い範囲内に集中した浅い分布となつた。

次いで注目された点として，地震活動域の移動があつたことである (Fig. 9)。大雑把にみると海側から陸側に震源が移動したといえるが，さらに細かく観察すれば本震発生の約7時間前に，4つの地震 [地震番号1~4 (Fig. 9)] が続発していた。その活動期間はわずか30分間である。そしてその4つの地震はすべて最も海側の端で発生した。

Fig. 8. Seismic zoning map of main event in Mukawa. The epicenter is about 5 km southeast off the shore line of Mukawa.

Fig. 9. Epicenters recalculated in this study. Figures attached to solid circles denote the sequential numbers shown in Table 2.

また2つの大きな地震〔地震番号 5, 6 (Fig. 9)〕はわずか2分間の非常に短い間に発生していた。場所はともに震源域の南東の端であつた。この2つの地震 ($M3.5$ と $M4.2$) を除けば、他の地震規模はすべて3.5以下であつた。この大きな地震が発生してから再び活動が低下し約8時間ほど地震が起きなくなつた。それ以後も群れをなして地震が起きたが、次第に活動期間が長くなりつつ数も減つてきた。

以上のように一見前震一本震一余震型のタイプであるが、それぞれの活動域は異つていた。明瞭な震源域の移動が認められた。

次いでP波初動の向きから推定された断層面解を Fig. 10 に示した。これより主圧縮軸方

向がほぼ東西方向で大体水平に近いのが知れる。仮りに震源域分布の長軸方向と断層面の1つとが一致するとすれば、今回の地震は海岸線にほぼ平行な断層面が動いたと推定できる。4つの前震の配列は完全にその断層の走向と一致した。そして断層タイプとしては左横ずれの走向断走型が示された。

さらに今回の震源域が茂木 (1964) による「沈水三角州」の存在している場所と一致しているのが知れた。現在の三角州から海岸線にほぼ平行に切離されてその境界は明瞭である。現在の三角州より水準が深い点から「沈水三角州」と言われているが、震源域と場所が一致した。

Fig. 10. Focal mechanism solution for the main event. The first motions of P waves are projected on the lower half of the focal sphere using equal area projection. The closed circles and open circles indicate the compressions and dilatations. ϕ is the direction measured counterclockwise from the north and δ is the dip angle.

Fig. 11. Example of seismogram accompanied with T-phase recorded at ESH.

この沈水三角州と今回の地震とはどのような関係があるのか明らかでないが興味ある問題を提起したと言える。

当地域は大局的に見て石狩一苦小牧低地帯といわれている地質構造上の大きな境界線の南東の縁に相当し、一方、日高帯の西側にも当たり、構造的には複雑なテクトニックスの場にあると言える。この石狩一苦小牧低地帯は相当厚く堆積層があるのが他の地球物理学的資料（重力異常分布や走時異常）から想像されるが、今回の本震の震度調査の結果、鵒川町の震度が苦小牧測候所の震度に比較して異常に大きかった点などはその構造によつて苦小牧の震度を小さくさせたためとも考えられる。このような地質構造に大きく支配された震度分布は鵒川町内においても認められた。とくに鵒川沿いの低地帯が強く感じ、場所によつては震度 IV 弱にもなったところがあつた。

従つてこの種の規模の地震であつても詳細な調査も有意義であるというのが確認できた。

終りに珍しい地震記象を Fig. 11 に示す。すなわち ESH で T 相が観測できた。震源から ESH までの震央距離が 98 km であるので水中音波速度でその波が伝播したとすれば、その相は完全に T 相と一致する。ちなみに ESH は海岸線より約 700 m 離れている海岸に最も近い観測点でもある。

謝 辞

臨時の地震観測点を設置するにあたり、快くお世話下さつた鵒川町立二宮小学校の反保先生をはじめ、震度調査に協力された鵒川町内の各学校の先生方には心から深謝致します。

また貴重な地震資料を提供して下さいました気象庁苦小牧測候所、松代地震観測所、東北大学理学部地震予知観測地域センター、そして北海道大学理学部有珠火山観測所の職員の皆様に、そ

して震度調査の整理に際し温かな御指導を下さつた北海道大学工学部建築工学教室の太田裕教授をはじめ研究室の皆様にご心からお礼を申し上げます。

終りに長時間観測用カセット・データレコーダおよびデジタル時計を製作する際全面的に御指導を頂いた北海道大学理学部島村助教授、森谷講師に、そして常に有益な議論をされ、かつ原稿を読んで頂いた北海道大学理学部地震予知観測地域センターの本谷助手に深く謝意を表します。

Appendix 震源誤差の予測解析

観測点の数とその配置、速度構造モデルの精度、そして記録の読取りの精度等が計算された震源要素の精度に強く寄与しているのが推察できる。震源位置の相対的精度を把握し、その上でその地理的分布を議論するのが当前であるが、一般にはこの相対的精度を正確に表現した震源分布図は非常に少ない。震源計算で求められる走時の残差は、仮定した速度構造モデルに合わせた時の残差であり、これの大小は精度の比較には利用できない。ここでは入力データに誤差があつた場合、出力結果をどの程度の精度で観察すべきかという問題について述べる。この手続きはデータに附随するランダム・エラーを除くためのものではなく、本質的に必ず付きまとう統計的エラーを正確に把握するための手続きである。

一般的なデータに関する予測解析については WOLBERG (1967) が詳しく解説している。ここでは PETER and CROSSON (1972) が震源結果に予測解析を適用したのと同じ手続きを用いる。従つて式については一部には彼らの表現と同じである。

まず任意の観測点での走時は、次の式で表現できる。

$$T_i = f(X_{i1}, \dots, X_{im}; a_1, \dots, a_k), \quad i=1, \dots, N. \quad (1)$$

$$t_i = f(x_{i1}, \dots, x_{im}; a_1, \dots, a_k), \quad i=1, \dots, N. \quad (2)$$

ここに (1) 式は観測データにもとづいた関係式であり、(2) 式は理論的なモデルによつて計算された理論走時の関係式である。 X_{i1} は観測点座標と速度構造モデルのパラメータであり、 a_i は震源要素のパラメータである。関数 f は物理的な根拠にもとづいているとする。(1) 式と (2) 式とが関係づけられると最小 2 乗法を適用し、最適なパラメータ a_i を決めることができる。このとき統計的重みを考慮した最小 2 乗法を式で表現すれば、

$$S \equiv \sum_{i=1}^N [w_{ii} R_{ii} + \sum_{j=1}^m w_{xij} R_{xij}^2] \quad (3)$$

となり、この関係式の S を最小にすることは a_i を決めることに他ならぬ。ここに $R_{ii} = T_i -$

t_i , $R_{xij}=X_{ij}-x_{ij}$, そして w_{ti} , w_{xij} は重み係数である. これらは一般には分散 σ_{ti}^2 , σ_{xij}^2 の逆数を用いる.

ここで (2) 式より条件関数 F_i を定義すると,

$$F_i \equiv t_i - f(x_{i1}, \dots, x_{im}; a_1 \dots a_k), i=1, \dots, N. \quad (4)$$

であり, (2) 式より $F_i=0$ である. そして F_i の微分については次式のごとく定義する.

$$F_{xj}^i \equiv \frac{\partial F_i}{\partial x_{ij}}; F_t^i \equiv \frac{\partial F_i}{\partial t_i} = 1; F_{a_l}^i \equiv \frac{\partial F_i}{\partial a_l}, \quad (5)$$

また a_l の初期値を a_{l0} と定義すれば, 条件関数 F_{i0} は,

$$F_{i0} = T_i - f(X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{im}; a_{10}, a_{20}, \dots, a_{k0}). \quad (6)$$

もはや F_{i0} は零ではない. これは F_i の微分, 残差, a_{l0} と a_l との差に関係したものであり, 次式のごとくテーラ級数展開で表現すれば,

$$F_{i0} = F_t^i R_{ti} + \sum_{j=1}^m F_{xj}^i R_{xij} + \sum_{l=1}^k F_{a_l}^i A_l, i=1, \dots, N. \quad (7)$$

ここに $A_l \equiv a_{l0} - a_l$. なおテーラ級数の高次の項は小さいので無視できる. (3) 式の S の値が最小値となつた場合, 残差の微小変化は S に影響しない. すなわち微小変化量を δ で表わせば,

$$\frac{1}{2} \delta S = \sum_i^N [w_{ti} R_{ti} \delta R_{ti} + \sum_{j=1}^m w_{xij} R_{xij} \delta R_{xij}] = 0. \quad (8)$$

F_{i0} は (6) 式より明らかなように, 残差 R_{ti} , R_{xij} には独立である. 従つて (7) 式の微分方程式は,

$$F_{ti} \delta R_{ti} + \sum_{j=1}^m F_{xj}^i \delta R_{xij} + \sum_{l=1}^k F_{a_l}^i \delta A_l = 0, i=1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

ここで Lagrange の乗数法 [DEMING (1946)] を用いて (9) 式を書きなおすと,

$$\lambda_i (F_t^i \delta R_{ti} + \sum_{j=1}^m F_{xj}^i \delta R_{xij} + \sum_{l=1}^k F_{a_l}^i \delta A_l) = 0, i=1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

ここに λ_i は勝手な乗数である. (8) 式と (10) 式から,

$$\sum_{i=1}^N (w_{ti} R_{ti} - \lambda_i F_t^i) \delta R_{ti} + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N (w_{xij} R_{xij} - \lambda_i F_{xj}^i) - \sum_{l=1}^k \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i F_{a_l}^i \right) \delta A_l = 0. \quad (11)$$

が導きでる. (11) を満足するためには全変数の係数は零とならなければならない. ゆえに

$$R_{ti} = \frac{\lambda_i}{w_{ti}} F_{ti}, \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (12)$$

$$R_{xij} = \frac{\lambda_i}{w_{xij}} F_{xj}^i, \quad i=1, 2, \dots, N; j=1, 2, \dots, m, \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i F_{ai}^i = 0, \quad l=1, 2, \dots, k. \quad (14)$$

となる。そして (12) 式と (13) 式を (7) 式に代入すると、

$$\lambda_i \left[\frac{(F_{ti}^i)^2}{w_{ti}} + \sum_{j=1}^m \frac{(F_{xj}^i)^2}{w_{xij}} \right] + \sum_{l=1}^k F_{ai}^i A_l = F_{io}, \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (15)$$

と書け、 $L_i \equiv (F_{ti}^i)^2/w_{ti} + \sum_{j=1}^m (F_{xj}^i)^2/w_{xij}$ と置けば (15) 式は、

$$L_i \lambda_i = F_{io} - \sum_{l=1}^k F_{ai}^i A_l, \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (16)$$

となる。 λ_i はもはや勝手になく、特定の値をもっている。(16)式より λ_i について解けば、

$$\lambda_i = L_i^{-1} (F_{io} - \sum_{l=1}^k F_{ai}^i A_l), \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (17)$$

となり、これを (14) 式に代入すると、 k 個の連立方程式が導かれる。すなわちガウスのカッコ [] を用いると、

$$\begin{aligned} A_1 \left[\frac{F_{a1} F_{a1}}{L} \right] + A_2 \left[\frac{F_{a1} F_{a2}}{L} \right] + \dots + A_k \left[\frac{F_{a1} F_{ak}}{L} \right] &= \left[\frac{F_{a1} F_0}{L} \right] \\ \vdots & \\ A_1 \left[\frac{F_{ak} F_{a1}}{L} \right] + A_2 \left[\frac{F_{ak} F_{a2}}{L} \right] + \dots + A_k \left[\frac{F_{ak} F_{ak}}{L} \right] &= \left[\frac{F_{ak} F_0}{L} \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

と表現できる。さらに $C_{lp} \equiv [F_{al} F_{ap}/L]$, $B_l \equiv [F_{al} F_0/L]$, $l=1, 2, \dots, k$; $p=1, 2, \dots, k$ とすれば、(18) 式は簡単にマトリックスで表現できる。

$$CA = B. \quad (19)$$

そしてベクトル A の要素 A_l は次式で求められる。

$$A_l = \sum_{j=1}^k C_{lj}^{-1} B_j. \quad (20)$$

ゆえに初期値パラメータ a_{i0} に A_l を加えた新しいパラメータは、

$$a_{i \rightarrow 0} = a_{i0} + A_l. \quad (21)$$

となり、 A_i が零に収れんするまで以上の手続きをくり返す。そして最終的に求められた A_i を最良解とする。実際にはあらかじめ設定した収れん条件に達するまでくり返す。

さてパラメータの標準誤差 (unbiased estimates S_{ai}) は、

$$S_{ai}^2 = \frac{S}{N-k} C_{kk}^{-1}. \quad (22)$$

と書けるので、 S_{ai} の平均値 $\hat{S}_{ai}^2$ を σ_{ai}^2 の予測値と定義すれば、

$$\hat{\sigma}_{ai}^2 \equiv \hat{S}_{ai}^2 = \frac{\hat{S}}{N-k} C_{kk}^{-1}. \quad (23)$$

となる。 $\hat{S}$ は S の期待値であり σ_{ai}^2 はパラメータ a_i の分散を表わし、 $\hat{\sigma}_{ai}^2$ は σ_{ai}^2 の期待値である。ところで S が (3) 式で定義したようにランダム変数の平方和であるのでこの S は χ^2 -分布に従う。故にこの期待値 $\hat{S}$ は自由度 $N-k$ に等しいので、(23) 式は次のように書ける。

$$\hat{\sigma}_{ai}^2 = C_{ii}^{-1}. \quad (24)$$

これは BOLBERG (1967) の (4.3.3) 式に相当する。この (24) 式を用いてパラメータ a_i ($i=1, 2, \dots, k$) の誤差を予測することができる。

この手法は、数多くの実験から試行錯誤的に最良のパラメータ解を求める方法と違い、実験や観測に先立つてパラメータ a_i を見積ることが出来る点でこれらの計画を立てる際に大変有意義な解析と言える。

ここでは震源要素の誤差を見積つて本文で示した。

文 献

- DEN, N. and H. HOTTA, 1973, Seismic Refraction and Reflection Evidence Supporting Plate Tectonics in Hokkaido, Papers in Meteorology and Geophysics, **24**, No. 1, 31-54.
 DEMING W.E., 1946, Statistical Adjustment of Data, John Wiley and Sons, Inc., New York.
 茂木昭夫, 1964, 北海道湧払原野沖海底の沈水地形, 第4紀研究, **3**, No. 3, 141-152.
 太田 裕・後藤典俊・大橋ひとみ, 1979, ケートによる地震時の震度の推定, 北大工学部研究報告, **92**, 241-252.
 PETERS, D. C. and R. S. CROSSON, 1972, Application of Prediction Analysis to Hypocenter Determination Using a Local Array, Bull. Seism. Soc. Am., **62**, No. 3, 775-788.
 WOLBERG, J. R., 1967, Prediction Analysis, D. Van Nostrand Co. Inc., Princeton, N. J.