群速度を用いた震央波形の推定

気象大学校 松森敏幸*・古屋逸夫

(昭和 59 年 1 月 26 日受理)

Application of Group Velocity Method to Reducing Dispersed Wave Trains to Original Pulse Forms

Toshiyuki MATSUMORI and Itsuo FURUYA

Meteorological College, Japan Meteorological Agency

(Received January 26, 1984)

An attempt is made to restore the original pulse forms from dispersed wave trains by using group velocity data in place of phase velocity data. For a given period, the group velocity is obtained, eventually, by usual method to interpolate group velocities of adjacent peaks of dispersed train, but the validity of the method is interpreted in slightly different way from the usual one.

Calculations are made for fictitious dispersed train whose original form is known and for actually recorded data whose original form is unknown. The estimated pulse is of a form not completely free from uncertainties, but may be utilized to check an assumed source mechanism.

§1. ま え が き

地下構造の違いによって表面波の分散が異なることを利用して地下構造を推定することは表面波の第一番目の利用法であり、多数の研究者によって多数の論文が出版されている。また、表面波を利用して発震機構を推定することは表面波の利用法のもう一つの重要な部分である。普通行われる利用の仕方は、震源パラメーターおよび地下構造を仮定した上で、波形を含めた理論と観測との比較を行い、仮定された震源パラメータの妥当性を判断することである [例えば、BEN-MENACHEM (1961), KANAMORI (1970 a, b)]。

この論文では、震源パラメータを決定するという最終目的の一つを追求するのではなく、その目的の一助になる震源あるいは震央附近の“波形”を簡単に推定することを試みる。震源および震央附近で波形がどういう形をしているかは、発震機構の研究にとって重要な情報であろう。分散した表面波データから、直接距離ゼロの所の波形を求める方法は、(i) 記録をフーリエ変換して、位相補正をした後に、逆変換をして求める方法 [SATO (1955, 1956)], (ii) 震央と観測点の間の媒質を一種のフィルタとみなし、そのインパルス応答と記録との相互相関をとる方法 [AKI (1960)] がある。どちらの場合にも震源と観測点との間の位相速度 C を知ることが

昭和 57 年 4 月 10 日発表

* 現所属松江地方気象台西郷測候所

不可欠である。

位相速度 C の計算は、理論的には地下構造を与えて簡単に計算できる。しかし、実際の記録から C を求めることは、BRUNE *et al.* (1960) は巧妙な方法を提案したが、それとてそれ程簡単なことではない。それに反して、群速度 U は一観測点の記録から容易に求めることができる。SATO (1955) は位相の不確定性を考慮して何本かの位相速度曲線を書き、それから通常の方法で群速度を求め、それと測定された群速度との比較によつて正しい位相速度曲線を求める方法を示し、実地に適用もしている。また、群速度を積分して位相速度を求める方法も、不確定要素はあるにせよ、何かの役に立つはずであるがそれを利用して位相速度を求めた例は多くなく、使い方によっては有用であるはずであるとも述べている [SATO (1978)]。

以下では、震央波形（距離ゼロの波形をこう呼ぶことにする）について、簡単に記録から求める群速度 U を直接用いて何が分かるかを検討する。

Fig. 1. Dispersed wave train and its two component waves whose periods correspond to two adjacent peaks of dispersed wave train. Corresponding peaks lie at an approximately same position.

§2. 方 法

震央距離 x で観測された波形は、伝播による位相の遅れ $\omega x/C$ を補正することによつて、震央波形に戻すことができる。

$$f(t) = 1/2\pi \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \times \exp \{i(\omega t + \omega x/C)\} d\omega. \quad (1)$$

ここで、 $X(\omega)$ は観測波形のフーリエ変換である。BRUNE *et al.* (1960) によれば分散波形の各々のピークは、それぞれの角振動数 ω に等しい成分波

Fig. 2. Travelling of component wave whose velocity is C . One of its peaks corresponds to the peak of dispersed wave with the same period. The original figure of Brune *et al.* (1960) is slightly modified here.

の一つのピークに対応している (Fig. 1). 時刻ゼロのときのそのピークが震央の向う側 n (一般に実数) 波長のところにあつたとすると, Fig. 2 より

$$C(\omega)t(\omega) - x = n\lambda(\omega) \quad (2)$$

が成り立つ. ここで, $C(\omega)$, $t(\omega)$, $\lambda(\omega)$ はそれぞれ角振動数 ω の位相速度, ピークの到達時刻及び波長である. 一方, 群速度 $U(\omega)$ は

$$U(\omega) = \frac{x}{t(\omega)}$$

であるから, $\omega = 2\pi C/\lambda$ を使うと

$$\frac{\omega x}{C(\omega)} = \frac{\omega x}{U(\omega)} - 2\pi n \quad (3)$$

が求まる. (3) は角振動数 ω の位相を距離ゼロにもどすための位相補正である.

(3) 式は, 今までのところ, 角振動数 ω に対応するピークの位相補正であることに注意しなければならない. (1) 式の計算には, 必要とする帯域のすべての振動数に対する位相補正が必要である. 考えている帯域で位相速度がゆるやかに変化し, また初期位相もほぼ同じだとすると, 分散波形中のとなり合つたピークの番号 n は 1 だけ違うと考えて良い [Fig. 1, および BRUNE *et al.* (1960)]. ところで, 考えている帯域で分散が単調 (正常分散あるいは, 逆分散) だとすると到達時刻とそれに対応する振動数は 1 対 1 に対応している. 例えば, となり合つたピークの周期が 50 秒, 40 秒の成分波のピークに対応し, かつその中間の「斜面」はそれぞれ, 49 秒, 48 秒, ……の成分波の対応する「斜面」に対応している. したがつて, 50 秒のピークに番号 n を与えると, 40 秒のピークは $(n+1)$ の番号を持つており, その中間の 49 秒, 48 秒, ……等は n と $(n+1)$ の中間の値を持つことになる.

以上は正常分散の場合であるが, 逆分散の場合も全く同様である. 帯域中にエアー相を含む場合にも, 記録にハイカットあるいは, ローカットのフィルターを掛け, 正逆の部分について,

Fig. 3. Schematic diagram to determine the phases of peaks and their intermediate slopes. Solid circles correspond to the peaks of dispersed wave train. The phase expressed by solid line can be replaced by dotted lines.

それぞれ同様に考えることができる。

このようにして、あるピークの番号 n を決めれば分散波形の任意の位置の番号が決まり、(3) 式は考えている帯域の任意の ω について決めることができる。(3) 式は位相補正であるから n が整数だけ違っても (1) 式の計算に影響しない。また、0.5 違うと (1) 式は符号が反転するだけである。したがって、 n については $0 \sim 0.5$ の不確定要素が残ることになる。 n が連続的に 0 から 0.5 まで変化するとき、(1) 式の波形も連続的に変化し、どれが正しい震央波形かを定めることはできない。それでもなお結果には役に立つ情報が含まれているはずである。

§3. 計 算 例

前節に記した各ピークとその中間の振動数に対応する n の関係を Fig. 3 に示す。上図は波形のスペクトルであり、黒点は各ピークに対応する。ここでは、正常分散の場合が描かれており、横軸の振動数 f は、同スケールではないが波の到達時刻に対応していると考えて良い。

Fig. 4. The result of calculations. The original wave form (upper trace) advances with the velocity $C(T) = -6/T + 4.6$ and the dispersed wave train at $\Delta = 5000$ km is obtained (2-nd trace). Using this wave form as original data, calculations are made for $n_0 = 0.0 \sim 0.5$. Group velocities are determined for the first 20 peaks which are numbered in the figure.

各ピークの中間の振動数の n は、ここでは各ピークのそれを直線で結んだものを使う。 f が大きくなるにつれて、 n も大きくなるのであるが、整数だけ違っても同じ結果が得られるはずだから、図中の点線で表わされる n を使つてもかまわない。

まず、震央波形は Fig. 4 の一番上の形をしているものとする。ここに含まれている振動周期は約 10 秒から 60 秒である。この震央波形を適当な位相速度（ここでは、特に意味はないが、 $C(T) = -6/T + 4.6$ ）で分散させたときの $\Delta = 5000$ km における波形がその下に示されている。これを記録波形として 2 章の方法を適用する。ピーク 1 の n を n_0 とすると、ピーク 2 の n は $n_0 + 1$ 、ピーク 3 の n は $n_0 + 2$ 等となる。 n_0 は 0 と 0.5 の間の値を与えれば十分である。各ピークの周期をそれをはさむ谷の間隔として群速度を求める。Fig. 4 ではピークを 20 個まで読んだ。ピーク 1 の周期は約 38 秒と読みとれたので、記録に実際に含まれる 38~60 秒の部分は計算から除外しなくてはならない。

$n_0 = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ に対応する計算結果を Fig. 4 の下部に示す。 $n_0 = 0$ と $n_0 = 0.5$ の場合は単に符号をとりかえただけの形になっている。 $n_0 = 0.1$ ぐらいのときに最も良く最初の震央波形に合っているが、もちろん、データだけではどれが合っているのかは分らない

Fig. 5. The same result as Fig. 4 except that group velocities are determined only for the first 10 peaks.

Fig. 6. Reproduced from Fig. 5 of SATO (1955). Uppermost figure is actual record obtained by explosion experiments on the ice-covered Harunako Lake. Intervals between time tick marks are 0.1 seconds (originally the points with 0.01 second intervals are plotted). Lowermost figure is the wave form at $r=0$ calculated by SATO. Intervals between time tick marks are 0.02 seconds.

い。

Fig. 5 も読みとつたピークの数を除いて、Fig. 4 と全く同じものである。読みとつたピーク数は 10 個であり、10 番目のピークの周期は約 13 秒なので、Fig. 5 の場合より短周期の部分が計算からさらに除外されている。結果は、当然のこととして短周期がわずかばかり欠けたような形にはなるが、本質的には前図と変りはない。

次の例としては、実際のデータを使つてみる。Fig. 6 は SATO の論文 (1955, 1956) に出ているもので、榛名湖の氷の上での爆破記録である。きれいな逆分散を示している。Fig. 6 の下の部分は位相速度を用いて SATO が計算した爆破点付近の波形である。 $r=141.75$ m の記録に 2 章の方法を適用した結果を Fig. 7 に示す。図には SATO の結果を点線で原点をずらして重ね書きしてある。 $n_0=0.1$ あるいは 0.2 ぐらいのときの計算結果とよく似ている。ただし、震源時で約 0.03 秒の違いがある。この違いが無視できる違いか本質的な違いかは検討を要するところであるが今のところ計算方法の違い及び読みとり誤差の違いという理由の他に適当な理由づけはできない。

§4. 検 討

となりあつたピークに対応する周期の群速度からその中間の周期の群速度を上のような考えで求める、ということは結局、記録のピークの周期を読みとつてその分散曲線上の点をスムーズにつなぐ、という通常の仕方と全く同じことである。この論文では、その点と点を曲線（ここでは直線であるが）でスムーズにつなげる、ということがどういう意味を持つているのかを

Fig. 7. The result for five n_0 's by applying our method to the record at $r=141.75$ m in Fig. 6. SATO's result (lowest trace in Fig. 6) is overlapped in the figure. Arrows point to calculated origin times. Their positions are different by 0.03 seconds.

理由づけている、という意義があるだけでも知れない。

しかし、群速度のみを用いて計算された結果をみると、いくつかの有用な結論が得られるようにみえる。

まず、実際の震央波形がパルス状とみなせるような場合には、Fig. 4~7 をみて分るように、 n_0 をいくつにしてもすべてパルス状にみえ、これは波形の継続時間のみがほしいときには、位相速度が分からなくても群速度を使つてある程度の類推ができることを示している。波形の継続時間は震源の継続時間と関係があるだろうから、震源パラメータの推定に寄与できるだろう。

次に、Fig. 4~7 は最大値を同じ幅にして描かれているが、実際の最大振幅も絶対値として同じ程度の値を持っている。これは波の放射パターンを求めるときに、位相速度でなくても群速度をつかつて十分実用的であろうことを示している。表面波の放射パターンもまた震源パラメータのチェックに役に立つものと思われる。

また、十分に分散した表面波形の記録があるとして、すべてのピークに対応する群速度が読めたとしたらそれに越したことはないが、先頭のいくつかのピークからのデータのみでもある

程度の結果が得られることも示したものと思う。

以上の計算では、分散波形のピークとそれに対応する成分波のズレ、及び二次元的な拡がりによる位相のズレ [BRUNE *et al.* (1960)] は考慮に入れなかつた。それが、Fig. 7 における震源時間の 0.03 秒のズレに影響しているかも知れない。そのような考慮は式を少しばかり複雑にするだけであるが、上の本質的な部分には大きな影響を与えないだろう。

文 献

- AKI K., 1960, Study of Earthquake Mechanism by a Method of Phase Equalization Applied to Rayleigh and Love Waves, *J. Geophys. Res.*, **65**, 729-740.
- BEN-MENACHEM A., Radiation of Seismic Surface Waves from Finite Moving Sources, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **51**, 401-435.
- BRUNE J. N., J. E. NAFE and J. E. OLIVER, 1960, A Simplified Method for the Analysis and Synthesis of Dispersed Wave Trains, *J. Geophys. Res.*, **65**, 287-304.
- KANAMORI H., 1970a, Synthesis of Seismic Surface Waves and Its Application to Earthquake Source Studies—Kurile Islands Earthquake of October 13, 1963, *J. Geophys. Res.*, **75**, 5011-5027.
- KANAMORI H., 1970b, The Alaska Earthquake of 1964: Radiation of Long Period Surface Waves and Source Mechanism, *J. Geophys. Res.*, **75**, 5029-5040.
- SATO Y., 1955, Analysis of Dispersed Surface Waves by Means of Fourier Transform I, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **33**, 33-48.
- SATO Y., 1956, Analysis of Dispersed Surface Waves by Means of Fourier Transform II. Synthesis of the Movement near the Origin, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **34**, 9-18.
- 佐藤泰夫, 1978, 地震波動論, 岩波書店, 239-242.