Fourier 解析による地震メカニズム解

名古屋大学理学部 青 木 治 三

(昭和 61 年 4 月 17 日受理)

Focal Mechanism Computation by Means of Fourier Analysis

Harumi AOKI

School of Science, Nagoya University

(Received April 17, 1986)

Fast computation of focal mechanism is achieved with the use of Fourier analysis for a P-wave polarity distribution on a focal sphere. If the focal sphere is rotated so as to give a vertical null axis, the polarity becomes a function of azimuth only. Let every positive and negative polarities be given a value of $+1$ and -1 , respectively, then the polarity distribution is approximated by a periodic square function of period π , which provides a new technique for the focal mechanism solution. The direction of a nodal plane is fundamentally constrained by the phase angle of Fourier component at period π for the function. However, the null axis should systematically be sought on the focal sphere till the best fit to the polarity data is obtained.

§1. はじめに

テレメータ地震観測網が各地に展開されるようになって以来、近地地震の自動処理は、地震予知観測関係者の関心事となつた。地震波の自動読みとりについては、既に実用化の段階にはいり、震源計算に利用されているが、発震機構の自動解析はまだテストの段階にある。データ数の少ない場合は、P, S 波の振幅比を使う [KISSLINGER *et al.* (1981)] などの工夫も必要であるが、内陸の地震については、P 波の **polarity** だけでも、信頼できるメカニズム解が数多く求められるようになってきた。しかしながら、**polarity** は正負の符号だけであるため、解の任意性が大きい。また自動処理では、視察により解の存在範囲をしばらくこむ手法はとれない。したがってアルゴリズムとしては、震源球の半分について、主応力の方向を小刻みに動かしながら、最適解あるいは解の範囲を拾いだすのが普通である。MUNSEY *et al.* (1985) は、5 度間隔で主応力を設定し、それによつて規定される **polarity** と一致する観測データの数をもつて、その主応力の適否を判定している。主応力の組合せは 25,000 をこえ、小型の計算機では実用にならない。ここでは、このような手法を“従来の手法”と呼ぶ。最近、リニアプログラミングによる解法 [JULIAN (1986)] も開発されたが、この小論で述べる手法は、Fourier 解析を応用するところから、“フーリエ法”と呼ぶことにする。これで計算時間は大幅に短縮され、実用に耐える見通しがついた。そのアルゴリズムおよび最適解の判定方法について述べる。

§2. フーリエ法の原理

従来の手法の最大の欠点は計算時間の長いことである。震源球上で方位と傾斜角でP軸を決めると、T軸はP軸に直交するので、あと一つの角で決まる。各々の角で n 通りの値をとるならば、全体で n^3 の組合せが調査対象となる。これを n^2 程度に縮めるのが、以下に述べる方法である。

Fig. 1a は通常のメカニズム解の表現である。二つの nodal plane の交線は null axis であり、図上で交点 B として表現される。つぎに、null axis が鉛直になるように震源球を座標交換したのが、Fig. 1b である。nodal plane は、円の中心で直交する2直線となる。ここで、白丸(引き)や黒丸(押し)で示されるデータの方位を直線 X 軸上に展開して Fig. 2 とした。Y 座標は polarity で 1 と -1 のいずれかである。これを polarity 関数 $Y=F(X)$ とする。もし震源球上で観測点が一様かつ密に分布するならば、polarity 関数は周期 π の方形波となる。この関数の Fourier 成分 Y_k は $k=2$, すなわち波長 π で最大となり、

$$Y_2 = (4/\pi) \sin(2(X-\delta)) \quad (1)$$

で与えられる。この δ で一つの nodal plane の方向が与えられる。すなわち、一つの null axis を仮定し、それが Z 軸になるように震源球を座標変換し、polarity 関数を決めて、周期 π の Fourier 成分の位相を求めれば、nodal plane が決まる。これがフーリエ法の原理で

Fig. 1. Rotation of a focal sphere. Fig. 1a represents a schematic nodal plane solution, in which a null axis, B, is arbitrary. After the rotation of the focal sphere so as to give a vertical null axis, the P-wave polarity projections are given in Fig. 1b, where the polarities are considered as a function of azimuth only. Numerals are data numbers.

Fig. 2. Polarity versus azimuth for polarity data in Fig. 1b, where positive and negative polarities are represented by +1 and -1, respectively. A dash line connecting polarity data is defined as a polarity function. Its Fourier coefficients are used for computing nodal plane solution.

ある。したがって、計算すべき組合せの数は **null axis** を仮定する回数できまる。従来の方法より自由度が一つ減るので、計算回数はほぼ n 分の 1 になる。

Polarity 関数の決め方

一般に、データの分布は一樣でなく、また連続関数とみなせる程多くはない。データの無い範囲で **polarity** 関数をどのように仮定するかは、メカニズム解の精度に直接かわる重要な問題であるが、複雑な補間は計算時間の増大につながり、当初の目論見が崩れることになる。実用的な手法が要求されるところである。次の 2 種の **polarity** 関数について考察を試みた。

1) 正確に **null axis** を選択しているならば、**polarity** 関数は周期 π , 1 と -1 を往復する方形波である。したがって隣合うデータが同符号ならば、その間で **polarity** 関数は $+1$ あるいは、 -1 , 異符号ならば、ほかに情報が無い以上、その間で関数の値は 0 とするか、二点を結ぶ直線で近似するか、どちらかであろう。計算は前者のほうが簡単であるが、いずれにせよ、データが順不同のため、隣同志の符号の調査に時間がかかる。**polarity** 関数をこのような連続関数とするのは実用的でない。

2) 次に、**polarity** 関数を与えられた i 番目のデータの位置 X_i にある δ 関数で次のように構成する。

$$P(X) = \sum \pi \delta(X - X_i) P_i \quad (i=1 \sim n) \quad (2)$$

ここで n はデータ総数、 P_i は $X=X_i$ における **polarity** で $+1$ または -1 である。周期 π の Fourier 成分は

$$\left. \begin{aligned} S_2 &= \pi^{-1} \int_0^{2\pi} P(X) \sin(2X) dX \\ &= \sum P_i \sin(2X_i) \\ C_2 &= \pi^{-1} \int_0^{2\pi} P(X) \cos(2X) dX \\ &= \sum P_i \cos(2X_i) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

位相は

$$\delta = -0.5 \arctan(C_2/S_2) \quad (4)$$

振幅は

$$\sqrt{S_2^2 + C_2^2} \quad (5)$$

である。この方式の利点は X_i が順不同でも差支えないことである。しかし (2) は、データが一樣に分布する場合にのみ方形波の良い近似になるので、データが偏在するような場合には、 P_i に **weight** をつけておくか、データの過密をあらかじめ除いておく事が望ましい。データの過密は水平成層の地下構造の場合に発生し易い。臨界屈折になる射出角に対しては、広範囲のデータがメカニズム投影面上の特定の円弧に密集する。この密集帯を **nodal plane** が通ると、それだけでメカニズム解が規定できる利点もあるが、そうでないときは (4) の近似が悪くなるだけである。したがって、データの前処理として、一つの円弧状のデータ密集域について、同一の **polarity** をもつデータ間の距離が小さければ、一部のデータを除去し、距離が小さくても異なる **polarity** の場合はすべて残すことにした。データが密集する円弧の半径は地下構造できまるので、この処理は容易である。今回の前処理では距離のかわりに観測点の方位差 15 度をもって取捨選択の基準とした。

上記 1), 2) の方法は, 前者の方がデータの過密を未然に防止するという点で有利に見えるが, **polarity** の異なる観測点間で関数値を 0 とみなすことが原因となつて, 必ずしも妥当な結果を与えるとは限らない. 乱数によるテストでは, データの前処理をすれば両者優劣はつけ難い. しかし計算時間からすれば圧倒的に後者が早い.

メカニズム解の信頼性

観測点の分布が一樣でないとフーリエ法には誤差が付き纏う. これを推定するために, 以下の数値実験を実施した. **null axis** が鉛直 (Z 軸), **nodal plane** が X 軸, Y 軸に垂直であるとする. 円周上等間隔に 64 の席を設け, 確率 $1/4$ でデータを割り当てる. データの **polarity** は象限によつて決める. その一例を Fig. 3 に示す. これにフーリエ法を適用する. データ過密除去の前処理なしで, 140 例について実験したが, それぞれの例でデータ数は 7~25,

Fig. 3. An example of polarity data for a numerical experiment.

Fig. 4. Grid on a plane of equal-area projection of a lower hemisphere. Shown is a quarter of it. Assuming a null axis at each grid point, Eq. (6) is evaluated. For example, if a maximum is found within a circle in the figure, further search for the true maximum continues on a new grid with a spacing half of the previous grid, as shown in the left circle.

点数が少ない場合には当然誤差は増大するが, フーリエ法の標準誤差は 7.4 度であつた. これに対し, 従来の方式では解に矛盾はないが, 解の任意性がでてくる. フーリエ法の解がこの任意性の範囲内に入つたのは約半数, データ幅の単位 ($2\pi/64=5.6$ 度) だけずれたのは約 $1/4$, 残りはそれ以上ずれた. すなわち, フーリエ法で矛盾の無い解が得られたのは全体の $1/2$, 5~6 度の誤差を見込めば, $3/4$ が合格ということになる.

Null axis の決定

Null axis の位置は試行錯誤で求める. 震源球上にある点を仮の **null axis** とし, (5) の Fourier 成分が最大になる場所をもつて真の **null axis** とする方法は, **nodal plane** が位相の式 (4) でうまく決まるのとは異なり, 必ずしも満足な結果は得られない. 式 (5) はデータの分布と **nodal plane** の位置関係に大きく左右されるからである. そこで従来と同じく, 式 (4) で与えられる解に一致するデータ数を計数して, **null axis** の評価式にかえることがまず考えられる. これに, 次節に述べる解の微調整にも使えるように, 解と一致しないデータを考慮して次の **null axis** の評価式を採用する.

$$E' = \sum |P_i| + 4\pi^{-1} \sum P_j \sin(2X_j - 2\delta) \quad (6)$$

i : 解と一致するデータの番号

j : 解と一致しないデータの番号

すなわち (6) 式第一項は従来の方式と同じく、解と一致するデータ数、第二項は、解と一致しない場合、nodal plane からの角距離に応じて減点するため、Fourier 成分と同形で負の値をとる。

Null axis のサーチについては、次の通りである。震源球の下半球上に、一定間隔で null axis を仮定し、評価式 (6) が最大になる場所を探す。実際の手順としては、Fig. 4 に示したように、下半球投影面上に 11×11 の格子点をかぶせ、円内にある 87 個の格子点において nodal plane の解を式 (3), (4) で求める。その中で (6) が最大になる点の周りに、間隔を半分にした格子点 8 点を追加して最大値を探す。さらに、格子間隔を半減してもう一回繰り返す。これではば 4 度間隔で震源球をサーチしたことになるが、この段階で計算回数は 103 回になる。観測データの分布によつては、別の解も可能である。そのときはさきの 87 点での値が使えるので、計算回数は 16 回の追加で済む。評価式はときに非常に複雑な変動を示すことがある。計算機の処理速度に余裕があれば、最初の段階で格子間隔を短くしておくことが望ましい。

§ 3. Nodal plane の微調整

数値実験では 75% は 5~6 度の補正で矛盾のない結果が得られた。このことはフーリエ法、すなわち (4) で求めたメカニズム解を少しずつずらして、短時間に矛盾の少ない最適解が得られることを示唆する。最適解の判定には式 (6) がそのまま使用できる。

フーリエ法で求めた nodal plane を -8 度から $+8$ 度まで 4 度間隔で移動させ、(6) が最大になる場所をもつて、最終的な nodal plane とする。

Fig. 5. Two possible focal-mechanism solutions for the 3 October 1984 aftershock ($M=5.3$) of the 1984 Western Nagano Pref. earthquake ($M=6.8$). The closed circles are compressional polarities, and open circles, dilatational ones. A closed and an open square are tension and pressure axes, respectively. SCORE is a measure of fit to the polarity data. The lower solution was found to be true from the aftershock distribution of the event.

この方式では計算時間が約倍以上となるが、**nodal plane** の判定が従来の視察による判定に似ていることが最大の利点であろう。もちろんこの微調整は (6) の値が小さい間は不必要である。

Fig. 5 にフーリエ法の実例を示す。データは長野県西部地震の余震、1984 年 10 月 3 日午 9 前 12 時分、牧尾ダムの近くに発生した $M5.3$ である。この地震はデータが多いにもかかわらず、メカニズム解が、たつた一つの資料の追加で、水平横ずれ型から逆断層型に修正された珍しい例である。両者とも、データ過密除去の前処理により、計算に使用されるデータ数は 41 個中 31 個である。残りの 10 個は同じ図にプロットしただけである。Fig. 4 に示した概査 87 点の段階では、**null axis** の最大の候補はほぼ鉛直に近いところにあつた。メカニズム解は **strike-slip** となる。北東側の白丸が解とは逆の **polarity** になっている。

メカニズム解はこれだけでなく、最初の 87 点の調査の段階で、北東に **null axis** の別解があることが示唆されていた。その付近で求めた解が下図に示されている。これが正解であることは、この地震の余震分布から明らかになっている [堀内・他 (1955)]。図中にある **SCORE** は式 (6) の値と計算に用いたデータ数との比の値を示す。これはデータの分布が何であつても、解に矛盾がなければ 100% の値をとるものである。

§5. ま と め

メカニズム解の自動解析のために **Fourier** 解析を応用したところ、計算時間を大幅に短縮できたが、解の良否の判定が従来とやや異なるため、そのままでは、必ずしも最適解が得られるとは限らない。そこで従来の方式に準じた評価式 (6) を採用したところ、単なる **Fourier** 成分の式である (5) による評価より時間が 50% 増にはなるが、良好な結果を得ることができた。

データの分布によつては、Fig. 5 の例のように、**nodal plane** の解が複数になることがある。そのときは、**nodal plane** の解を少しずつ変えながら最適解を探す微調整を施し、両者を比較する必要があるが、計算時間が倍以上にはなる。しかしこれにより、精度の高い結果が、実用上差し支えない程度の時間内に得られるようになった。

文 献

- 堀内茂木・山本 明・松沢 暢・河野俊夫・長谷川 昭・高木章雄・伊神 輝・山田 守・青木治三, 1985, 1984 年長野県西部地震余震観測データの現地自動処理について, 地震, 2, 38, 529-540.
 JULIAN B. R., 1986, Analysing Seismic-Source Mechanisms by Linear-Programing Methods, Geophys. J. R. astr. Soc., 84, 431-443.
 KISSLINGER, C., J. R. BOWMAN, and K. KOCH, 1981, Procedure for Computing Focal Mechanisms from Local (SV/P)₂ Data, Bull. Seism. Soc. Amer., 71, 1719-1730.
 MUNSEY, J. W. and G. A. BOLLINGER, 1985, Focal Mechanism Analyses for Virginia Earthquakes (1978-1984), Bull. Seism. Soc. Amer., 75, 1613-1636.