與えられた倍率を得る爲に挺子を 幾段使えば一番得か？

地球物理學教室東京大學 坪 井 忠 二・友 田 好 文

Optimum Number of Levers for Obtaining a given Magnification in a Mechanical Seismometer

Ch. TSUBOI and Y. TOMODA

挺子を用いて 1000 倍の擴大率を得たい場合を考えて見る。挺子の劣腕の長さがきまつていて之を 1 とすると、一段の挺子に依つて目的の倍率を得る爲には、全體の長さは 1001 になる。10 倍ずつに分けて挺子を三段にすると、裝置の長さは $11 \times 3 = 33$ となる。もし擴大率 1 の挺子を組合せたとなると、裝置の長さを無限大にしても目的を達成する事はできない。即ち、或る倍率が要求された場合、一つの挺子が受持つ倍率を適當にし、幾段かにして用いれば、裝置全體の占める大きさを最も小さくする事ができるはずである。

Fig. 1

裝置の全體の長さ: l , 挺子の段數: m ,
1 段の挺子の倍率: n , 必要とする倍率: A

とすると (Fig. 1)

$$[I] \quad l = (n+1)m, \quad n^m = A$$

である。種々の A に対する $m \sim l$ の關係を Fig. 2 に示す。($A=1000$ の場合、 $m=5$ にすれば l が最小となる)

近似的には、次のように考えてよい。

$$n \gg 1 \text{ とすれば, } [I] \text{ 式は}$$

$$[II] \quad l = nm, \quad n^m = A$$

となる。

$$\therefore (l/m)^m = A, \quad (1/m) = x \text{ とおけば}$$

$$xl = A^x \quad \therefore x(\partial l / \partial x) + l = A^x \log_e A$$

$$l \text{ の極値を求めるには } (\partial l / \partial x) = 0,$$

$$\therefore l = A^x \log_e A, \quad \text{即ち } (1/x) = \log_e A,$$

$$m = \log_e A$$

之は、挺子の段數を必要な倍率の自然對數になるようにした時一番場所が節約出来るという事を意味する。($A=1000$ の場合、この値から計算では $m=6.9$ である。)

Fig. 2