地震固體波の地殻に於ける減衰及び分散について

京都大学理学部地球物理学教室 久保寺 章

(1951 年 12 月 17 日受理)

Damping and Dispersion of Seismic Body-wave in the Earth's Crust.

Akira KUBOTERA,

Geophysical Institute, Kyoto University.

(Received Dec. 17 1951)

The earth's crust is divided into the granitic layer and intermediate layer on account of the distribution of seismic wave velocity, etc., and there is a mantle called the peridotite layer under them. These layers may have different physical properties one another, but very little is known thereof. The writer was able to see their properties, by taking the earth's crust as a visco-elastic body.

1. The damping in each layer was computed from the distributions of the amplitudes of initial motions of the seismic wave (P-wave) of near earthquakes.

The attenuation coefficients at different layers are as follows:

Granitic layer	$K_g = 7.9 \times 10^{-7} \text{cm}^{-1}$
Intermediate layer	$K^* = 1.3 \times 10^{-7} \text{cm}^{-1}$
Peridotite layer	$K_n = 2.9 \times 10^{-6} \text{cm}^{-1}$

2. The relaxation time was obtained, understanding this damping as due to the viscosity of the earth's crust. The relaxation times in the three layers are as follows:

Granitic layer	$\tau_g = 0.45 \text{ sec.}$
Intermediate layer	$\tau^* = 3.5 \text{ sec.}$
Peridotite layer	$\tau_n = 16.5 \text{ sec.}$

3. The fact that the distribution of velocity of P-wave in the earth's crust by the artificial explosion carried out recently at various places of the world is different from that of the seismic P-wave may be explained as a dispersion phenomena of the visco-elastic wave. It was revealed that the velocity $P_{g\text{seis.}}$ caused by earthquake is about 5.4~5.75km/sec. as against $P_{g\text{expl.}} = 6.0 \text{ km/sec.}$ of the velocity of P-wave caused by explosion of granitic layer. On the other hand, the fact was revealed that there is almost no difference between P-wave velocities caused by such explosion or earthquake in the case of the intermediate layer or peridotite layer.

序. 地殻は地震波の速度分布等から Granitic layer, Intermediate layer の二つに区分されている。その下には Peridotite layer と称される, Mantle の部分がある。これ等の各層に於ては、種々の物理的性質が異つている筈であるが、今日迄判明している事柄は非常に少い。筆者

は地殻を粘弾性体と考え、その性質を知ることが出来た。

まず、近地地震の地震波 (P-波) の初動振巾の分布から、各層に於ける減衰の状態を知り、この減衰が地殻の粘性に起因するものとして、緩和時間 (弾性と粘性に関連する量) を求めることが出来た。これ等の量は各層に於てつぎのとおりである。

	減衰係数	緩和時間
Granitic layer	$7.9 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-1}$	0.45 sec
Intermediate layer	$1.3 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-1}$	3.5 sec
Peridotite layer	$2.6 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-1}$	16.5 sec

又、最近世界各地で行われた人工爆発による弾性波の速度分布が、地震による地震波の速度分布と異なることを、粘弾性体内に於ける。粘弾性波の分散現象として説明し得ることを知つた。

§ 1. 地震波の減衰。近地地震の初動振巾の分布としては、本多博士¹⁾ が、北伊豆、伊東の地震について研究した値を使うことにした。それによると、P-波初動の振巾の水平成分及び上下成分を夫々 H , Z , とすると、それ等は次の函数で与えられる。

$H = F(\Delta \cdot \varphi)$ (Z も同じ), ここで Δ : 震央距離, φ : 震源からの方位。更にこれが、 $H = C \cdot f(\Delta) \cdot g(\varphi)$ の2つの函数に分れる。 $g(\varphi)$ は $\sin 2\Phi$ (Φ は観測点と震源とを結ぶ線と Nodal line とのなす角) に比例し、又地震波は震源から発生する一種の球面波と考え

$$f(\Delta) = C \cdot 1/\Delta e^{-K\Delta} \quad (1.1)$$

と仮定することにした。それで結局、

$$H = C \cdot 1/\Delta e^{-K\Delta} \cdot \sin 2\Phi \quad (1.2)$$

となる。ここで K を減衰係数と名づける。(1.2) の式から、 H , Δ , Φ は観測値から決定出来るので、 K が求まる。

Fig. 1, Fig. 2 は、北伊豆、伊東地震の値を用い、縦軸に $\log(H\Delta/\sin 2\Phi)$ をとり、横軸には Δ をとると、点の分布は大略、3つの直線で区分されることが判る。この直線の値は κ の値を示す。一方この3つの直線の分布は、走時曲線の P_g , P^* , P_n , 各々に対応した震央距離の所で区分されている。これは夫々 Granitic, Intermediate, Peridotite の各層の減衰係数に対応していると考えてよからう。そこで、夫々の K を今後、 K_g , K^* , K_n と名付けて置く。

なお、図上の点の分布の精度は本多博士の仮定を用いた場合と同程度のものであり、観測誤差の範囲である。また $f(\Delta)$ の取扱方が本多博士のものと (1.1) と異っているが、(1.1) と仮定することにより、前述の如く、各層に於ける減衰状態の異なることを知ることが出来る。

前者は中野博士の Model を用い、後者は妹沢博士の Model を用いたものである。

求められた、減衰係数 K の値は各層に於て、

$$K_g \quad 7.9 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-1}$$

$$K^* \quad 1.3 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-1}$$

$$Kn \quad 2.6 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-1}$$

となつた。なお福井、鳥取地震の場合も大略同様な結果が得られた。

§ 2. 粘弾性体の Model に就いて。地殻を粘弾性体と考え地殻の粘性を求めるにあたり、粘弾性体の Model に就いて考察を行う必要がある。代表的なものとして、Voigt, Maxwell の 2 つの Model がある。

Stress-Strain の関係は

$$S = \left(G + \eta \frac{\delta}{\delta t} \right) F \quad \dots\dots \text{Voigt 型}$$

$$S = G \cdot \frac{\delta / \delta t}{\delta / \delta t + G / \eta} \cdot F \quad \dots\dots \text{Maxwell 型}$$

ここで、 S : 歪力, F : 歪, G : 弾性常数, η : 粘性係数. η は Voigt 型では, “internal friction” とよばれ, Maxwell 型では “firmo-viscosity” とよばれている。

地球の粘性に就いて多くの人々の考察が行われているが、それ等は皆上記の 2 つの Model 或いはこれに類似した Model を用いている。例えば、Gutenberg, 妹沢, 等は Voigt Model を用いて、地球の浅い部分の粘性を求めている。又、Schweyder, Vening Meinesz, Haskell 等は、Maxwell の Model を用いている。然しこれ等の Model は近似の程度が悪いので、更に、近似の高い Model が考えられている。例えば、Frenkel-Obrastzov, Debye, 押田, 戸田²⁾, 等の Model がある。これ等の Model は皆 Maxwell の Model に類似したもので、多くの常数をもつた近似の度の高いものである。茲では余り常数が多いと、未知量が多くなり、計算が出来ないため、戸田氏の Model を用いることにする。

Stress-Strain の関係を Tensor の形で示すと、

$$S_{ij} = 2\mu F_{ij} + \lambda_{ij} \Delta,$$

茲で、 λ , μ , は夫々次の如き演算子を含む量である。

$$\lambda = \frac{1 + \tau' \frac{\delta}{\delta t}}{\kappa_s + \tau' \kappa \frac{\partial}{\partial t}} - \frac{2}{3} \frac{\eta \frac{\partial}{\partial t}}{1 - \tau \frac{\partial}{\partial t}}, \quad \mu = \frac{\eta \frac{\partial}{\partial t}}{1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}} \quad (\eta = G\tau),$$

$$\text{但し} \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

S : 歪力, τ : 緩和時間, F : 歪, τ' : 体積変化に対する緩和時間,

κ : 瞬間的圧縮率, G : 剛性率, κ_s : 静的圧縮率, η : 粘性係数.

但し、固体の場合には $\kappa_s = \kappa$ と考えてよい。

§ 3. 減衰係数と粘性係数との関係。地震波の減衰が地殻の粘性に起因するものと考え

て、§ 1 の K と、粘弾性係数との関係を、球面波の理論を用いて、§ 2 の Model で求めて見ると、

$$K = \frac{2}{3} \frac{1}{V_p} \left(\frac{V_s}{V_p} \right)^2 \frac{1}{\tau}, \quad (3.1)$$

となる。これは戸田氏の Model から求めたものである。茲で V_p , V_s : P-波, S-波の速度,

τ : 緩和時間。又 Voigt, Maxwell の Model では夫々

$$K = \frac{1}{2} \frac{p^2}{V_p} \cdot \frac{\lambda' + 2\mu'}{\lambda + 2\mu}, \quad \dots\dots \text{Voigt}$$

$$K = \frac{1}{2} \frac{1}{V_p} \cdot \frac{\lambda + 2\mu}{\eta} \quad \dots\dots \text{Maxwell}$$

ここで、 λ , μ : Lamé の常数, λ' , μ' : Voigt Model による粘度, η : Maxwell Model による粘度, $p = 2\pi/T$, T : 週期。

(3.1) で τ の値を求めると: V_p , V_s を次の如く仮定するとき、つぎの如くなる。

$$P_0 = 5.5 \text{ km/sec}, \quad S_0 = 3.2 \text{ km/sec}, \quad \tau_0 = 0.45 \text{ sec},$$

$$P^* = 6.15 \text{ km/sec}, \quad S^* = 4.0 \text{ km/sec}, \quad \tau^* = 3.5 \text{ sec},$$

$$P_n = 7.5 \text{ km/sec}, \quad S_n = 4.5 \text{ km/sec}, \quad \tau_n = 16.5 \text{ sec}.$$

§ 4. 粘弾性波の分散。 § 2 の Model により P-波の速度 V_p を求めて見ると

$$V_p^2 = \frac{1}{\rho\kappa_s} \frac{1 + \omega^2\tau^{1/2} \frac{\kappa}{\kappa_s}}{1 + \omega^2\tau^{1/2} \left(\frac{\kappa}{\kappa_s} \right)^2} + \frac{4}{3} \frac{G}{P} \frac{\tau\omega^2}{1 + \omega^2\tau^2}, \quad \left(\omega = \frac{2\pi}{T} \right) \quad (4.1)$$

固体の場合には、 $\kappa \doteq \kappa_s$ と考えてよく、

$$V_p^2 = \frac{1}{\rho\kappa_s} + \frac{4}{3} \frac{G}{\rho} \frac{\tau^2\omega^2}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (4.2)$$

となり、

$$\omega \longrightarrow \infty \quad V_p \longrightarrow \sqrt{1/\rho(1/\kappa_s + 4/3G)} = V_{p\infty}, \quad (4.3)$$

$$\omega \longrightarrow 0 \quad V_p \longrightarrow \sqrt{1/\rho\kappa_s} = V_{p0} \quad (4.4)$$

ω が、 $\infty > \omega > 0$ のときは、 V_p は $V_{p\infty}$ と V_{p0} との中間の値をとる。(4.2) 式で ω をふくむ項 $\tau^2\omega^2/(1+\tau^2\omega^2) = M$ とすると、 V_p は M によつて変化する。Fig. 3 は各種の τ に対する、 ω と M との関係を求めたものである。

§ 5. 地殻に於ける地震固体波の分散。最近世界の各地で行われた人工爆発の結果の報告によると、Granitic layer の P-波の伝播速度が P_0 が、6.0 km/sec 前後となることが示されている。この値は近地地震の走時曲線から求められた。 $P_0 \doteq 5.5 \text{ km/sec}$ よりはるかに大きな値を示している。Table 1, 2 には世界の各地の値が示してある。

Fig. 3 M and ω curve of various τ .

$M: \omega^2 \tau^2 / (1 + \omega^2 \tau^2)$, τ : Relaxation time, ω : Circular frequency

このことを, Gutenberg³⁾ は地表から 2km 程の深さの所に, 新しい P -波の伝播速度が 6.0 km/sec 位の層を考え, この層を伝播する P -波を P_y と名付け, P_y から P_g に, 圧力及び温度の変化による岩石の結晶構造の変化から, 弾性常数に変化を及ぼすとして説明を試みている。しかし, 地殻を粘弾性体と考えて見ると, この中を伝播する波は分散現象を起す筈である。このことは Rothé⁴⁾ が一応考えられることであると述べているが, 筆者は定量的にどの様になるか計算を試みた。

爆破により起される P -波の週期は大体 1/10 sec 程度であり, 又 § 3 の τ の値からすると, Fig. 3 に示される様に $M \doteq 1$ となり, これにより起される P -波の伝播速度は $V_{p\infty}$ と考えてよい。又地震波の P -波は 1~2 sec 程度の週期であるとする。

各層に於ける分散現象を考察する前に, 人工爆発及び地震による P -波の伝播速度を夫々 $P_{expl.}$, $P_{seis.}$ とかくと, (4.2), (4.3) 式より,

$$P_{expl.} = \sqrt{1/\rho(1/\kappa_s + 4/3G)}, \quad (5.1)$$

$$P_{seis.} = \sqrt{1/\rho(1/\kappa_s + 4/3GM)}, \quad (5.2)$$

となる。Granitic layer では, $P_{expl.} = 6.0$ km/sec と考え, $P_{seis.}$ の値を計算してみよう。然し, 現在迄の観測結果からは, S -波の速度は, 人工爆発により, 正確に決定されていない。この場合 $G/\rho = 3.7$ km sec と仮定して置こう。又, $\tau_0 = 0.45$ sec と出たが, 所に依つて多少異なるだろうから, τ_0 を 0.1~1.0 sec 迄の値をとり, $P_{seis.}$ を求めたのが, Fig. 4 である。

又, $G/\rho = 3.7$ km/sec と仮定することに難点があるとするならば, $\sqrt{G/\rho} = 3.2 \sim 4.0$ km/sec の範囲の値を取れば充分である。それによると $P_{seis.}$ の値は,

T	P_{seis}	T	P_{seis}
1 sec	5.85~5.75 km/sec	2 sec	5.71~5.39 km/sec

Table. 1 Velocities of longitudinal waves in continental areas from artificial explosions
by Beno Gutenberg.

Region	Reference	Pg (km/sec)	P* (km/sec)	Pn (km/sec)
Northern Germany	Wiechert	5.98	6.7	—
Northern Germany	Brockamp	5.9	—	8.18
Heligoland	Willmore (a)	5.95	6.5	8.18
	(b)	5.57	6.2~6.6	8.19
Heligoland	Schulze and Förtsch	5.34	6.55	8.2
Black forest	Reich et al.	5.9~6.0	6.54	8.15
Black forest	Rothé et al.	5.97	6.45	8.20
Canadian Shield	J. H. Hodgson	6.15	—	8.
New England	Leet	6.0	6.7~7.1	8.15
Near Washington, D. C.	Tuve	6.0~6.7	—	—
Southern California	Wood and Richter	6.0	—	—
Near Corona, Calif.	Gutenberg	5.7~6.0	6 ¹ / ₂ ~7	8.1~8.2
Near Corona, Calif.	Tuve and Tatel	6.3	6.8	—

Table. 2 Velocities of Pg and Sg from natural earthquakes and explosions
by Rothé and Petterschmit.

Natural Earthquake		Pg (km/sec)	Sg (km/sec)
Japon	Matuzawa	5.4 5.5	3.25
Garfagnana	Rosini	5.25	3.06
Mississippi	Joliat	5.4	3.3
Nouvelle-Zélande	Hayes	5.4	3.4
Angleterre	Jeffreys	5.4	3.3
Dinarides, Tables	Mohorovičić	5.54 à 5.59	—
Isère	Réthé	5.55	—
Bodensee	Hiller	5.55 à 5.63	3.31 à 3.32
Californie	Gutenberg	5.57	3.27
Tables	Jeffreys	5.57	3.36
Allemagne de Sud	Gutenberg	5.6	3.2
Californie Centrale	Byerly	5.6	3.26
Nord Tyrol	Gräfe	5.7	3.5
Cansiglio	Caloi	5.7	3.36
Alpes Carniqueus	Caloi	5.7	3.3
Brabant	Gees	5.7	3.46
Belgique	Somville	5.95	3.5
Houttes-Alpes Françaises	Rothé	6.0	3.5
Explosion			
Heligoland	N. O. L.	5.9	—
Haslach	Rothé	5.97	3.42?
Haslach	Reich	6.02	—
Californie	Gutenberg	6.0	—
Nouvelle-Angleterre	Leet	6.0	3.5
Est du États-Unis	Tuve	6.0 à 6.17	—
Allemagne du Nord	Wiechert	6.0	—
Soltau, profil E et W	Willmore	6.0 et 6.3	—
Soltau, profil SW	Willmore	5.6	—

となり観測結果を説明することが出来る。更に, Intermediate layer, Peridotite layer に於ては夫々,

$$\tau^* = 3.5 \text{ sec},$$

$$\tau_n = 16.5 \text{ sec},$$

であり, Fig. 3 によれば $M \div 1$ となり,

$$P_{\text{seis}} \div V_{p\infty},$$

となり, 分散現象の effect は小さくなっている。このことは P_{expl} と P_{seis} の値の差が殆んどないという, 観測事実を説明するに足ると思う

なお, 他の Model に依る分散現象も考え得る。しかし, 例えば, Voigt の Model では, 分散現象は

無視出来る程小さく, Maxwell の Model は体積変化に対しては近似の度が悪い Model であり, 亡りに対して成立する Model である。

最後にこの研究に対して種々御指導を下さつた, 京都大学理学部教授佐々憲三博士, 西村英一博士に感謝の意をささげます。

Fig. 4 Pseis. curve for $T=1\text{sec.}$ and $T=2\text{sec.}$
 T ; Period of seismic P-wave.

文 献

- 1) H. Honda, On the Initial Motion and the Type of the Seismograms of the North Idu and the Ito Earthquakes, Geophys. Mag. 4 (1931).
- 2) I. Osida, Proc. Phys-Math. Soc. Jap. 23, 18 (1941). 戸田盛和, 液体構造論.
- 3) B. Gutenberg, Crustal Layers of the Continents and Oceans, Bull. Geol. Soc. Am. (1951).
- 4) J. P. Rothé, Etude Séismique des Explosions d'Haslach. Annales de l'Institut de Physique du Globe. (1950).