総 合 報 告

ランダム媒質中の波動伝播の数値 シミュレーション

茨城大学理学部地球生命環境科学科* 河 原 純

Numerical Simulations of Seismic Wave Propagation in Random Media

Jun KAWAHARA

Department of Environmental Sciences, Faculty of Science,
Ibaraki University, Bunkyo 2-1-1, Mito 310, Japan

(Received August 29, 1996; Accepted January 27, 1997)

This paper reviews numerical studies on acoustic as well as elastic wave propagation in random media, to model the earth's crust. For a long time, stochastic properties of wave propagation in random media, such as scattering attenuation, coda decay, velocity dispersion, and fluctuations of waveforms and traveltimes, have been studied analytically and approximately. Recent development of computer capability enables us to investigate them by solving the wave equation directly and numerically. Numerical wave simulations have also become an important strategy in seismic exploration. We concentrate here on types of inhomogeneities described suitably by autocorrelation functions of the elastic fluctuations of media, and summarize how to model them. For simulating waves scattered by such "random fluctuations", the finite difference scheme is popularly used and the pseudospectral method is also in use. Isotropic and continuous fluctuations are usually assumed in the modeling, though anisotropic and/or discrete ones, that are often recognized in geological observations, have also been considered just recently.

Key words: Seismic wave propagation, Numerical simulations, Scattering, Random inhomogeneities, Crust.

§1. はじめに

地殻（またはリソスフェア）の弾性的性質は小規模のランダムな不均質性を帯びていることが近年明らかになりつつある。地殻のボーリングによる速度検層 [例えば、鈴木・他 (1981)] や人工震源を用いた速度構造調査 [例えば、SCHILT *et al.* (1979)] などの測定は、地殻の速度不均質性の短波長成分（数十 m～数十 km 程度）がかなりランダムであることを示唆する。このような不均質は地殻内を伝播する地震波を強く散乱させ、直達波の見かけ減衰やコーダ波の生成、走時や波形のばらつきなどの原

因と考えられている [例えば、佐藤 (1991b)]。速度の不均質性の原因としては地殻の化学組成のランダムな変化や地殻内亀裂のランダム分布などが考えられる [例えば、MAIN *et al.* (1990)]。物質的な不均質は地表での地質調査で広く認められる [例えば、HOLLIGER and LEVANDER (1992), LEVANDER *et al.* (1994a), NIIDA (1974)]。一方、地殻内亀裂はボアホールのテレビュア検層 [例えば、KUWAHARA *et al.* (1991)] などで直接確認され、S 波スプリッティングの最も有力な要因と見なされている [CRAMPIN (1990), 金嶋 (1991)]。

本論では、このような地殻のランダムな不均質が地震波の伝播に及ぼす影響を数値波動シミュレーションに

* 〒310 水戸市文京 2-1-1

Fig. 1. Snapshots of the divergence (P waves) and curl (S waves) for a wavefield propagating through an exponential random medium with a standard deviation in velocity ϵ^2 of 10% and a correlation distance a comparable with the dominant P-wavelength λ ($ka \sim 1$) [after FRANKEL and CLAYTON (1986)]. Here Poisson's ratio and the density are fixed. The explosion (P-wave) source is located near the left-hand edge of the grid. The absorbing boundary conditions are used on all the sides, though some artificial S-wave reflections from the left edge are recognized.

よって研究した文献についてレビューする。ランダムな不均質構造を持つ媒質（以下、慣例に従って「ランダム媒質」と呼ぶ）中の波動が実際の短周期地震波の伝播特性をよく再現できることは、Fig. 1 に示す例でも確認できよう。同図は、震源から照射されたP波パルスが、その卓越波長と同規模のランダムな不均質（速度の空間的揺らぎ）を持つ媒質中を伝わる様子のスナップショットである。波面が拡大するに連れ、その内側に散乱によって生じたコーダ波が時間とともに発達していく様子ははっきりと伺える。コーダ波がS波成分を多く含むことは、散乱過程で波の変換が顕著に起きていることを意味する。また波面のいびつき（円からのずれ）は走時のばらつきを表している。Fig. 2 は同様なシミュレーションで得られた合成波形を震源距離別に示したものであり、比較のために速度一定の均質媒質の場合の波形が併記されている（ともに幾何減衰の影響は補正済み）。パルス状であったP波が伝播するにつれて散乱によりエネ

ルギーを奪われ、その結果振幅が見かけ上減衰し、それに伴って後方にPおよびSコーダ波が顕著に励起されていく様子が観察できる。これらの一連の現象の統計的性質を調べ、それと媒質の不均質性との関係を明らかにすることは、現実の地震波の観測から地殻の不均質構造を推定するための糸口を与える。従来（そして現在でも）このような確率論的な波動現象は、適当な近似（例えば散乱が十分に弱く多重散乱が無視できるという仮定）下で問題を簡略化した上で解析的（数学的）に扱われることが多かった。これに対し、波動シミュレーションは波動方程式の解を（数値的にはあるが）直接与えるという強みがある。ランダム媒質中の波動伝播が数値的に扱われるようになった背景には、近年の計算機の能力の大幅な向上がある。一方、本来は地殻の大規模構造を対象としてきた地震探査の分野でも、近年ランダムな不均質性が考慮されるようになってきている。ここでは、少数のパラメーターによって複雑な構造を記述できるという

Fig. 2. Synthetic finite-difference seismograms for a P-wave propagating through a uniform medium (left) and the exponential random medium (right) common to Fig. 1 ($a=40$ m) [after FRANKEL and CLAYTON (1986)]. The receivers extend in a line away from the source and the source-receiver distances are listed in the center. Amplitudes of the seismograms are corrected for geometrical spreading.

ランダム媒質の特質が活用されている。

波動シミュレーションに基づくランダム媒質の研究の最初の一步はおそらくは FRANKEL and CLAYTON (1984) に始まる。FRANKEL (1989) が 1980 年代を総括した時点では、引用論文の大半が彼ら自身のものであった。1990 年代に入ると様々な研究者が独自の動機に基づいてこの分野に参入するようになった。一部の研究者グループは既に自分たちの研究成果のレビューをおこなっている [例えば, KORN (1993)]. これに対し、本論ではこの分野の多様な研究概要を総合的に捉えることをめざす。シミュレーション技法の観点では、ランダム媒質のモデル化に重点を置く。適用される数値計算法に関しては 齋藤・竹中 (1989)、竹中 (1993) らによる解説を参照されたい。

従来、ランダム媒質はその物理的イメージにより、不均質が明瞭な境界を持たない連続的な型と、不連続な境界面で覆われた離散的な散乱体がランダムに分布する型とに大別されることが多かった。このような二分法は大気や海洋中の音波や電磁波の伝播を考える場合には適当であろう。しかし地殻のような不均質固体では、不連続面を持つが単純な (可算の) 散乱体分布のイメージには還元できない中間的な不均質が実在する [例えば, HOLLIGER and LEVANDER (1992)]. 本論では不均質構造の表現法に着目し、弾性的性質の空間的な揺らぎの自己相関関数で記述される不均質を一括して便宜上「ランダムな揺らぎ」と呼ぶことにする。これに対し、「散乱体のランダム分布」は散乱体の位置・形状・内部特性などに関する確率分布密度関数で記述される。数値シミュレーションに際しては、前者は (連続・不連続を問わず) 竹中 (1993) の分類によるところの「領域法」(差分法や有限要素法など) を、後者は「境界法」(境界積分方程式法など) を用いるのに向いていると概ね言えるだろう。紙面の制約上、ここでは前者のみを取り上げることにする。

なお、ここでは波動方程式に厳密に基づいた研究例を専ら取り上げ、それ以外の数値実験、例えば波線理論や純エネルギー論的なシミュレーションにはほとんど言及しない。また本論で紹介する研究のほとんどは 2 次元モデルに関するものであり、1 次元の場合にはあまり立ち入らない。3 次元ランダム媒質中の波動伝播のシミュレーション例は今のところ見当たらない。

§2. ランダムな揺らぎの自己相関関数

本題に入る前に、揺らぎを記述する道具である自己相関関数 (しばしば相関関数と略称される) についてあらかじめ解説しておく。いま、速度 c_0 の均質な弾性体に、

空間的にランダムな速度の揺らぎ $\delta c(\mathbf{x})$ が上乗せされたものを考える。簡単のため、媒質は至るところ等方的で、かつ P 波と S 波の速度比は一定としよう。揺らぎの統計的性質は空間的に定常 (一樣) とし、その値は平均 $\langle \delta c(\mathbf{x}) \rangle = 0$ のガウス型確率分布

$$p(\delta c) = \varepsilon^{-1} (2\pi)^{-1/2} \exp[-\delta c^2 / 2(\varepsilon c_0)^2] \quad (1)$$

に従うと仮定する。ここで $\varepsilon^2 = \langle \delta c(\mathbf{x})^2 \rangle / c_0^2$ は分布の (無次元化された) 分散を表す。このとき、揺らぎの (規格化された) 自己相関関数 $N(r) (r = |\mathbf{r}|$ は空間的隔たり) は次式で定義される。

$$\varepsilon^2 N(r) = \langle \delta c(\mathbf{x}) \delta c(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle / c_0^2 \quad (2)$$

このような媒質中の波動をシミュレートするには、まず $N(r)$ の関数形を与え、これに従うランダム媒質を作成することが第一歩となる。この目的で用いられる $N(r)$ の関数形としては、次の 3 種類が一般的である [FRANKEL and CLAYTON (1986)、他多数]。

- (a) ガウス型 (Gaussian)
- (b) 指数関数型 (exponential)
- (c) フォン・カルマン型 (von Kármán)

これらの数学的な表現を Table 1 と Fig. 3a に示す。ここで a は相関距離、 $K_\nu(\cdot)$ は ν 次の第 2 種変形ベッセル関数 (ただし $0 < \nu \leq 1$ とする)、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数を表す。フォン・カルマン (以下 vK と略記) 型相関関数は乱流理論で広く用いられているものであり、ボーリングによる上部地殻の速度検層の結果 [例えば、鈴木・他 (1981)] や、地殻の断面を反映すると期待される地質構造の統計的性質 [例えば、HOLLIGER and LEVANDER (1992)] をよく説明する。同関数は ν によらず $N(0) = 1$ であり、かつ $r = 0$ の近傍での勾配は ν が小さいほど急である ($N(r) - 1 \propto -(r/a)^{2\nu}$)。 $\nu = 1/2$ の場合、vK 型は指数関数型に一致する。地殻の揺らぎの実測値は通常 $\nu < 0.5$, $\varepsilon^2 < \text{数}\%$ である [例えば、HOLLIGER and LEVANDER (1992)、鈴木・他 (1981)]. Table 1 の定義に従うと、係数に $\Gamma(\nu)$ が含まれるため vK 型関数の値は $\nu = 0$ では定義できない。この場合について、FRANKEL and CLAYTON (1986) は係数部分を除いた形、すなわち $N(r) = K_0(r/a)$ を

- (d) 自己相似型 (self-similar)

と呼んだ (Table 1)。この定義でも $r \rightarrow 0$ で発散する困難は残されるが、数値計算の際には空間の離散化間隔より小さい規模の不均質構造は平滑化される (落とされる) ため、実質上問題にならない。自己相似型の名称は、揺らぎの各波長成分が広い範囲にわたって等しい振幅を持つことに由来する。その大まかな上限は a 、下限は離散化間隔 h で与えられる。

Table 1 には (a)~(d) の各相関関数の 1 および 2 次元

Table 1. Autocorrelation functions, $N(r)$, and their one and two-dimensional Fourier transforms (i.e., power spectra), $P_1(K)$ and $P_2(K)$, for random media [after FRANKEL and CLAYTON (1986) and WU and AKI (1985b) with some correction and addition]. Note that $K = (K_x^2 + K_y^2)^{1/2}$ for $P_2(K)$.

Type	$N(r)$	$P_1(K)$	$P_2(K)$
(a) Gaussian	e^{-r^2/a^2}	$\sqrt{\pi}ae^{-K^2a^2/4}$	$\frac{a^2}{2}e^{-K^2a^2/4}$
(b) Exponential	$e^{-r/a}$	$\frac{2a}{1 + K^2a^2}$	$\frac{a^2}{(1 + K^2a^2)^{3/2}}$
(c) Von Kármán	$\frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{r}{a}\right)^\nu K_\nu\left(\frac{r}{a}\right)$	$\frac{\Gamma(\nu + \frac{1}{2})}{\Gamma(\nu)} \frac{2\sqrt{\pi}a}{(1 + K^2a^2)^{\nu+1/2}}$	$\frac{2\nu a^2}{(1 + K^2a^2)^{\nu+1}}$
(d) Self-similar	$K_0\left(\frac{r}{a}\right)$	$\frac{\pi a}{(1 + K^2a^2)^{1/2}}$	$\frac{a^2}{1 + K^2a^2}$
(e) White	$\delta(r)$	1	1

Fig. 3. Visualization of functions (a) $N(r)$ and (b) $P_1(K)$ for various types of random media, listed in Table 1. All the values in (b) are normalized to their respective maxima, whereas those in (a) are not. The values of $N(r)$ for the self-similar type are divided by 5. Note that the exponential and self-similar types are special cases of the von Kármán type with $\nu=0.5$ and 0, respectively.

のフーリエ変換，すなわち揺らぎのパワースペクトルの形も示してある。ちなみに3次元のパワースペクトルは1次元のものを揺らぎの波数 K で微分することにより直ちに得られる [Wu and Aki (1985b)]。いずれのスペクトルも $Ka < 1$ ではほぼ平坦で， $Ka > 1$ ではある特定の勾配で降下するという共通の性質を持つ (Fig. 3b)。相関距離 a が同じ場合，ガウス型媒質には短波長の揺らぎ

成分はほとんど含まれず，vK型媒質（指数関数型と自己相似型を含む）に比べて単純な構造をしていると言える。後者に関しては，Table 1 より $Ka > 1$ で

$$P_1(K) \propto (Ka)^{-2\nu-1} \quad (3)$$

すなわち ν が小さいほどスペクトルの勾配が緩やかになり，不均質性の短波長成分が相対的に増す。この意味で ν は媒質の複雑さを表す指数であり，Hurst 数とも呼ば

れる。νと不均質のフラクタル次元 D との間には次のような関係がある [MANDELBROT (1977), Wu and AKI (1985b)].

$$D = d + 1 - \nu \quad (4)$$

ここで d は空間の次元である。なお数値計算上は、パワースペクトルのナイキスト波数($K_N = \pi/h$)を越える部分は除去される。

FRANKEL and CLAYTON (1984) は差分法で波動場を計算する際、ガウス分布乱数を用いて、(1) 式に従う速度の揺らぎの分布を各格子点に直接与えた。この場合いかなる格子点同士も速度の相関を持たず、揺らぎのパワースペクトルは K_N に至るまで平坦になる (Table 1)。それゆえこの型の媒質をここでは

(e) 白色型 (white)

と呼ぼう。ちなみに、モデル化の上では揺らぎの確率密度関数 $p(\delta c)$ は必ずしもガウス型でなくてもよい。JANNAUD *et al.* (1991a) は $p(\delta c)$ がある区間で一定値、それ以外で0をとる場合を試しているが、ガウス型の場合と結果に有意な差はなかったとしている。連続関数でない $p(\delta c)$ を選ぶことも可能である (第5節参照)。なお、 $p(\delta c)$ がガウス型であることと自己相関関数 $N(r)$ がガウス型か否かということとは別問題であり、混同してはならない。

厳密なことを言えば、Table 1 に挙げた揺らぎのパワースペクトルはいずれも $K=0$ で有限値を持ち、最初に仮定した $\delta c(x) > 0$ の条件と矛盾する。実用上はこの矛盾は大して問題にはならないと見なされており [KORN (1993)], 多くの研究者はこれを無視している。揺らぎのゼロ平均を厳密に満たすためには、揺らぎの低波数成分をフィルターで除去する [IKELLE *et al.* (1993), 他] か、 $N(r)$ の空間平均が0となるようにあらかじめ修正を加えればよい [MÜLLER *et al.* (1992), 他]。

媒質の密度に関しても速度と同様な揺らぎが予想されよう。通常は簡単のため、密度は至るところ一定とするか、または密度と速度の揺らぎが互いに比例すると仮定する。これにより、考慮すべき揺らぎの独立な成分は一つだけとなる。経験的には後者の仮定が妥当である [いわゆる BIRCH (1961) の法則]。例外的に、速度と密度が独立に揺らぐモデル [IKELLE *et al.* (1993), IKELLE and YUNG (1994)] や速度とインピーダンスのどちらかを一定にしたモデル [COATES and CHARRETTE (1993)] も試みられている。Coates らのコーダ波の観察によれば、揺らぎの強さが同じならインピーダンスよりも速度の揺らぎのほうが地震波を効果的に散乱させる。

§ 3. ランダムな揺らぎによる散乱

与えられた相関関数に従うランダム媒質を設計するには、例えばまず最初に白色のランダムな揺らぎを作って、そのフーリエ変換を計算し、それにフィルターをかけて望むべき揺らぎのパワースペクトルを実現した後、逆変換をおこなえばよい [例えば、FRANKEL and CLAYTON (1986), JANNAUD *et al.* (1991a)]。例として Frankel and Clayton が実際に作成した三種類のランダム媒質を Fig. 4 に示す。これらは速度の揺らぎが同じ分散 ε^2 を持つように設計されている。前出の Figs. 1, 2 はこのような媒質における波動シミュレーションの例であった。ここでは媒質の密度が一定で速度の揺らぎは指数関数型であり、その標準偏差 ε は10%と仮定されていた。また計算には差分法が用いられ、計算領域の境界では一般的な吸収境界条件が課せられていた。以下、同様なシミュレーションに基づく研究を、いくつかのテーマに分けて紹介する。本節では揺らぎが等方的かつ連続的な場合に話題を限定し、揺らぎの異方性や離散性の効果については節を新たにして取り上げることにする。なお、本論で取り上げる研究のほとんどは差分法に基づいている。例外としては疑似スペクトル (pseudospectral) 法を用いた TOKSÖZ *et al.* (1991a) や KANG and McMECHAN (1994) の例がある。KNEIB and KERNER (1993) は、2次元ランダム媒質中の波動シミュレーションに最適な方法として食い違い格子 (staggered grid) を用いた高次差分法および疑似スペクトル法を挙げている。両者は計算精度の点では対等であるが、計算速度の点ではベクトル化や並列処理に適した前者が有利である、と彼らは結論づけている。しかし、近年は疑似スペクトル法の並列化アルゴリズムの改良が進み [例えば、古村・他 (1996)], 速度についても遜色がなくなりつつある。

3.1 散乱減衰

Fig. 1 から推測されるように、ランダム媒質中の地震波の見かけ減衰は伝播経路ごとに大きく異なる (場合によっては負値をとる) が、その平均値 (期待値) は比較的安定に評価される。このような散乱起源の平均的見かけ減衰 (散乱減衰) は、従来ボルン近似を仮定した一次散乱理論 [CHERNOV (1960)] に基づいて推定されてきた。その前提条件は、散乱波が入射波に比べエネルギー的に十分弱いことである。古典的なボルン近似では、不均質によって様々な方向に一次散乱されるエネルギーの総量が入射波の失うエネルギーに等しいと仮定する。しかしながらこの方法では、例えばνK型媒質の場合には散乱減衰の Q 値(Q_s)の逆数が波数とともに単調増大してしまい、 Q_s^{-1} が1 Hzあたりを境にして周波数とともに減少するという観測事実 [例えば、佐藤 (1991b)] に反

Fig. 4. Representations of the self-similar, exponential and Gaussian random media [after FRANKEL and CLAYTON (1986)]. Each medium has the same correlation distance $a=200$ m and was constructed from the same random number seed. The amplitude of each horizontal line represents the random component of seismic velocity, with higher than the average value shaded.

する [AKI and RICHARDS (1980)]. この困難の解決策として, WU (1982) は $\theta < 90^\circ$ (θ は入射波の伝播方向から測った角度, すなわち散乱角) の範囲に散乱された波は減衰に寄与しないと先験的に仮定した. 一方 SATO (1984a, b) は, 波長より大きな規模の不均質は専ら走時の揺らぎに寄与することに着目し, 波長の 2 倍以上大きな規模の不均質に起因する走時変化の補正を提案したが, これは結果的に $\theta \approx 29^\circ$ 以内の前方散乱の無視とほぼ等価である. これらの改良型一次散乱理論から予測される Q_s^{-1} は一般に ε^2 に比例し, かつ $ka \sim 1$ (波長 $\sim$ 不均質規模) でピークを持ち, 長波長側 ($ka \ll 1$) では $Q_s^{-1} \propto (ka)^d$ (d は空間次元), 短波長側 ($ka \gg 1$) では媒質の性質に応じた勾配を持つ (vK 型の場合 $Q_s^{-1} \propto (ka)^{-2}$; cf. Fig. 5). しかしながら同理論は, 前方散乱を無視する際の角度しきい値 $\theta_{\min}$ をどう選ぶべきかという問い自体には答えることができない.

FRANKEL and CLAYTON (1984, 1986) は, 前述のよう

なシミュレーションから得られた合成波形にバンドパスフィルターをかけた後, その包絡形 (エンベロープ) の最大振幅の距離的減衰から Q_s 値を推定した. 彼らはまず弾性波を音波で代替する近似下で予備実験をおこない, Q_s^{-1} と ε^2 の比例関係が $\varepsilon < 20\%$ の範囲で概ね成り立つことを確認した. その後彼らはガウス型・指数関数型・自己相似型の三種類の媒質 (いずれも $\varepsilon = 10\%$ を仮定) について弾性波の Q_s^{-1} の波数依存性を調べ, WU (1982) の理論 (の 2 次元版) と比較した. P 波の Q_s^{-1} の場合, 指数関数型と自己相似型に関しては実験値は $\theta_{\min} = 30^\circ$ の場合の理論曲線とよく一致し, SATO (1984a, b) の予想 ($\theta_{\min} \sim 29^\circ$) と調和的である (Fig. 5). 彼らは S (SV) 波の Q_s^{-1} についても同様な結果を得ている. なお彼らは ka の値を変える際, 波長と伝播距離を固定して a を相対的に変化させているようである. そのため $ka < 1$ では $a \sim h$ (離散化間隔) となり, 結果の信頼性に疑問がある.

Fig. 5. Q_s^{-1} of P waves for various random media ($\varepsilon^2=10\%$) [after FRANKEL and CLAYTON (1986)]. Closed as well as open circles are estimates obtained from finite-difference simulations. Error bars correspond to one standard deviation. Curves indicate the prediction from a singlescattering theory of Wu (1982) with various values of $\theta_{\min}$, energy scattered within which is considered not to contribute to the apparent attenuation.

後年, JANNAUD *et al.* (1991b) は密度一定のガウス型媒質中の音波問題について Q_s^{-1} の ε への依存性を詳しく調べた。彼らは点震源から環状に広がる波の直達部分のエネルギーを空間的に積分することで, FRANKEL and CLAYTON (1986) よりも統計的に安定した Q_s^{-1} の評価を

実現した。その結果, $\varepsilon < 4\%$ では Q_s^{-1} の実験値が Wu (1982) の $\theta_{\min}=90^\circ$ の理論曲線と非常に良く合うことが示された。一方 $\varepsilon > 4\%$ では理論値が実験値を下まわったが, 彼らはこれを弱散乱の仮定の破綻によって説明づけている。しかしながら $\theta_{\min} > 60^\circ$ は波長より短い規模の不均質まで走時の揺らぎに寄与することを意味するため不合理であることが指摘されている [吉本 (1994, および私信)]。

上記の数値実験が近地地震を扱ったものであるのに対し, McLAUGHLIN *et al.* (1985) や ROTH and KORN (1993) らは遠地地震を念頭に置き, 不均質領域の外部から平面波を入射させてみた (もっとも, 散乱減衰を考える上では幾何的な効果は重要でないと予想される)。McLaughlin らはガウス型媒質中の平面 P 波の Q_s^{-1} の高波数 ($ka > 1$) 領域での挙動を調べ, $\varepsilon < 5\%$ なら Q_s^{-1} は一次散乱理論からの予測通り波数とともに減衰するが, $\varepsilon = 10\%$ では波数によらずほぼ一定となるという結果を得た。一方, Roth and Korn は準等方的なランダム媒質 (第 4 節参照) に関し, $\varepsilon < 9\%$ の範囲で平面音波の Q_s^{-1} の実験値が Wu (1982) の理論曲線の $20^\circ < \theta_{\min} < 40^\circ$ の範囲に収まるという結果を得た。彼らは波形に適切なタイムウィンドウをかけて直達部分を切り出し, そのフーリエスペクトルから Q_s^{-1} を求めている。ただし彼らの結果はばらつきが大きく信頼性にやや疑問が残る。また彼らの結果は密度一定条件ではなく Birch の法則に基づいているので, 前述の研究結果とは直接比較できないかもしれない。

以上の研究のほとんどが Wu (1982) の音波理論を参照しているのに対し, 吉本 (1994) は SATO (1984a, b) の弾性波理論に若干の改善を加え, これを平面 P および S 波のシミュレーション結果と比較した。彼のシミュレーションでは指数関数型媒質 ($\varepsilon=5, 10\%$) と Birch の法則を仮定しているが, それによる $\theta_{\min}$ の推定値は $15^\circ \sim 30^\circ$ である。彼はまた, 観測波形から直達部分を切り出す際のタイムウィンドウのかけ方によって Q_s^{-1} の値がかなり変化することを指摘している。

ここまでをまとめると, JANNAUD *et al.* (1991b) を除けば数値実験から示唆される $\theta_{\min}$ 値は $\varepsilon < 10\%$ で概ね $10^\circ \sim 40^\circ$ の範囲に収まる。しかし実験条件や Q_s^{-1} の評価法は研究者によってまちまちであり, 相互の直接比較は難しい。適正な $\theta_{\min}$ 値 (および一次散乱理論が有効である ε 値の範囲) を決定するためには, 実験条件の差異がもたらす影響をも考慮した包括的な追試が望ましい。

近年, 新しい散乱減衰理論が SHAPIRO and KNEIB (1993) により提唱された。その特色は, ボルン近似の代わりに Rytov 近似を採用することにより, 波の位相の

揺らぎの効果を巧妙に評価した点にある。同理論は目下のところ平面音波・密度一定の場合にしか対応できないが、必ずしも弱散乱の条件を満たす必要はなく（それゆえ伝播距離への制約がなく）、 $\theta_{\min}$ 値の不定性の問題からも解放される。本質的な欠点は、前方散乱近似を仮定しているため、短波長 ($ka > 1$) の場合しか扱えないことである。その主な結論は：(i) Q_s の物理的意味と数値はその評価法に依存する；(ii) 波形のスペクトルの平均的減衰から定義された Q_s は伝播距離に依存し、(iii) 長距離を経て散乱波のエネルギーが飽和すると $Q_s^{-1} \sim 0$ となる。この一見奇妙な結果は、スペクトルの平均値から減衰を考える際には、インコヒーレントな成分（コーダ波など）からの寄与が勘定に入っていることを反映している。彼らは自ら差分法による理論の検証もおこない、一見良好な結果を得ている（指数関数型、 $\varepsilon < 10\%$ ）。従来の Q_s 値の測定法に警告を与える彼らの理論は、歴史が浅いためまだあまり知名度が高くないように見えるが、一次散乱理論同様の綿密な数値的検証が早急になされるべきであろう。

理論の数値的検証に続くべき課題は、実際の地震観測への理論の応用である。その際には、地震波の見かけ減衰 $Q_t^{-1} = Q_s^{-1} + Q_i^{-1}$ から散乱減衰 Q_s^{-1} と非弾性による内部減衰 Q_i^{-1} を分離することが不可欠である。KANG and McMECHAN (1994) と KNEIB and SHAPIRO (1995) は非弾性媒質中の波動シミュレーションによってこの問題を検討した。Kang and McMECHAN は Q_i^{-1} の波数依存性を既知とした上で、合成波形の Q_t^{-1} からの Q_s^{-1} と Q_i^{-1} の分離と媒質の揺らぎ構造の逆推定を試みた。 Q_s^{-1} の波数依存性に関する彼らの仮定は一次散乱理論を乱暴に単純化したようなものであるが、結果は意外に良好である。ちなみに一次散乱理論そのものを採用した類例は見当たらない。Kneib and Shapiro は SHAPIRO and KNEIB (1993) の理論をランダムな Voigt 型粘弾性媒質の場合に拡張し、それに基づいた Q_s^{-1} と Q_i^{-1} の分離が可能なことを数値的に確かめた。彼らの理論と実験によれば、たとえ Q_i^{-1} が Q_s^{-1} より一桁程度小さくても、ごく近地の場合を除き（スペクトルの平均的減衰から定義された）見かけ減衰は専ら Q_i^{-1} に支配される。余談ながら、実際の地震観測からの Q_s^{-1} と Q_i^{-1} の推定には、コーダ波のエネルギー時空間密度に関する理論 [例えば、FRANKEL and WENNERBERG (1987), HOSHIBA (1991), WU (1985)] が適用されることが多い。それらの結果によれば、現実の地殻で散乱・内部減衰のいずれが支配的かは場所や周波数帯により異なる [例えば、SATO (1991a)]。

最後に、やや特殊な散乱減衰現象の研究例を紹介しよ

う。HOLLIGER and LEVANDER (1994c) は上部地殻内を伝わる $P(P_g)$ 波のシミュレーションをおこない、地殻にランダムな揺らぎがある場合には観測点が震源から遠ざかるにつれ P_g 波の振幅が急速に減衰することを示した。同様な現象は実際の人工地震探査でも知られていたが、従来は上部地殻内の速度逆転層の存在により説明されることが多かった [例えば、MEULLER (1977)]。実際彼らは、逆転層を持ち揺らぎのないモデルでもほぼ同様な減衰傾向を再現できることを示し、 P_g 波の異常減衰の原因が一意でないことを示唆している。なお、S 波起源の L_g 波の減衰に関しては同様な数値実験の例は見当たらない [cf. CAMPILLO (1990)]。

3.2 コーダ波のエンベロープ

コーダ波が地殻内での地震波の散乱の最も直接的な証拠と見なされるようになったのは 1970 年代以後のことである。コーダ波のエネルギー時空間密度（あるいはコーダ波エンベロープの周波数特性）については、過去さまざまなモデルが提唱されてきた。AKI and CHOUET (1975) は、近地地震の S コーダ波が専ら一次後方散乱に起因するというモデルを提唱した。この場合コーダ波は指数関数的に減少し、その Q 値 (Q_c) はしばしば直達波の見かけ減衰 Q_t と同一視される [AKI (1980)]。SATO (1977) は震源と観測点が離れている場合について、S 波の一次等方散乱を仮定したモデルを導いた。このモデルは、S 波走時の 2 倍以上の時間が経つとコーダ波の減衰の仕方が震源距離によらなくなるという経験則 [例えば、RAUTIAN and KHALTURIN (1978)] をよく説明する。地殻の散乱減衰が一次散乱の効果で概ね説明可能なのに対し、コーダ波では十分な時間が経過すると多重散乱の影響が卓越すると予想され、多重散乱を考慮したいくつかのモデルが純理論的に、あるいはモンテカルロシミュレーションなどを通じて導かれている [例えば、GUSEV and ABUBAKIROV (1987), HOSHIBA (1991), SHANG and GAO (1988) など；SATO (1991a, b) のレビューも参照されたい]。

コーダ波をシミュレートする際はなるべく大きな計算領域を確保することが望ましいため、音波近似によって計算メモリの節約を図ることが多い。その最初の試みはやはり FRANKEL and CLAYTON (1984) に始まる。FRANKEL and CLAYTON (1986) の実験によれば、観測点と震源が近接する場合、経過時間が短い間のコーダ波エンベロープの振幅は Q_s^{-1} に比例し、一次後方散乱理論と調和的である。しかしその後の時間的減衰は一般に一次散乱理論からの予測よりも緩やかであり、かつその割合は Q_s^{-1} （それゆえ ε ）にあまり依存しない（わずかに正の相関を持つ）。彼らはこの不一致を多重散乱の効果と解釈

した。彼らの結果は $t < t_{\text{edge}}$ (震源から出た波が計算領域端で仮想的に反射して観測点に戻って来る時間) に関して得られたものである。領域の有限性の影響は免れている。FRANKEL and WENNERBERG (1987) は観測点を面的に分布させ、コード波のエネルギーが直達波面内ではほぼ一様に分布することを示した。彼らはまた、媒質に内部減衰が存在する場合にはコード波の減衰は専らそれに規定されることも示した (もっとも、彼らのシミュレーションでは Q_i^{-1} が周波数によらず一定と仮定され、因果律が満たされていないので、問題があるかもしれない)。これらの結果 ($7\% < \varepsilon < 20\%$) を説明づけるため、彼らはコード波エネルギーの空間的一様性の仮定とエネルギー保存則に基づいた energy flux model を導いた。このモデルはたしかに実験結果を良く説明するが、散乱の物理過程の記述を伴わない難点がある。なお上記の一連の実験は揺らぎの相関距離が波長よりかなり短い媒質 (白色型または指数関数型) に関するもので、統計的ばらつきの大きい短波長の場合は除外されている。

一方、同様な問題を扱った JANNAUD *et al.* (1991a) は FRANKEL and WENNERBERG (1987) と逆の結果を得ている。彼らは開境界 (吸収境界) を持つ不均質領域 (ガウス型または指数関数型) の大きさを変化させ、そのシミュレーション結果を比較することで、ある時間帯でのコード波に一次散乱波がどの程度含まれるかを定性的に調べ、時刻 t_{edge} 以前のコード波の成分のほとんどが一次散乱波であると結論した。彼らはさらに $t < t_{\text{edge}}$ でのコード波のパワースペクトルが AKI and CHOUET (1975) の理論値と調和的であることを示した。 Q_s^{-1} に関する彼ら自身の結果 [JANNAUD *et al.* (1991b); 3.1 節参照] と同様、この一致は $\varepsilon = 4\%$ まで成り立ち、かつ媒質の種類や揺らぎの相関距離によらない。彼らはまたガウス型媒質に関し、一次散乱理論を前提とする逆解析によってコード波のパワースペクトルから相関関数を高精度に復元できることも示している。なお JANNAUD *et al.* (1991b) は、直達波の Q_s^{-1} とコード波のパワースペクトルが同じ周波数でピークを取ることを確認した。

一次散乱理論によれば、十分な時間が経過した後の近地地震のコード波は専ら散乱角 $\theta \sim 180^\circ$ の後方散乱波で構成される [SATO (1982, 1984a)]。一方、地殻の下方から入射する遠地地震波の場合、地表で観測される一次散乱波は $\theta < 90^\circ$ に限定される。1次元 (成層) ランダム媒質の場合、コード波はその主体が前方散乱波か後方散乱波かで性格を全く異にし、前方散乱コード波 (forward-scattered coda) の Q_c^{-1} は ε に反比例することが MENKE and CHEN (1984) の音波シミュレーションにより示されているが、2次元ランダム媒質の場合はどうであろう

か? この問題は前出の ROTH and KORN (1993) により検討されたが、その結果 ($3\% < \varepsilon < 9\%$) は1次元の場合と異なり、FRANKEL and WENNERBERG (1987) の energy flux model と概ね調和的であり、コード波の減衰は Q_c^{-1} によらず非常に弱い。いくつかの場合にはわずかながら負の Q_c^{-1} も観測されたが、彼らはこれを多重散乱の影響と解釈した。 Q_c^{-1} と ε の関係については、総じて結果のばらつきが大きいものの一部の結果ではわずかに正の相関が認められた。これより以前、KORN (1990) は半無限均質媒質の上に乗るランダムな不均質層へ平面音波が入射する場合に関して有効な energy flux model を新たに提唱した。このモデルの特徴は、自由表面での反射を考慮し、コード波エネルギーの半無限媒質への拡散を Q_{diff} というパラメーターで記述した点にある。彼は同モデルの有効性をシミュレーションによって示すとともに、それをオーストラリアの Warramunga のアレイ観測データに適用して、コード波の減衰が内部減衰よりも専ら拡散に支配されるという結論を得た。なお、上記両論文はいずれも計算領域の側方 (入射方向と平行な側) 境界に反射境界条件を課している。Roth and Korn はこれによって領域側方からのエネルギー流出の効果を減殺できると主張している。しかしこのような境界条件は不均質性に周期性を持ち込むので、一様なランダム媒質のモデルとしては適当でないかもしれない。

以上の結果を総合すると、コード波の減衰に関する一次散乱理論の有効範囲は、経過時間にもよろうが概ね $\varepsilon < 2 \sim 4\%$ と予想され、散乱減衰の場合に比べて上限がかなり低い。それを越える ε 値に関しては、 Q_c^{-1} は Q_s^{-1} にあまり依存せず、概して小さい。この結果は energy flux model と調和的であるとともに、GUSEV and ABUBAKIROV (1987) や HOSHIBA (1991) らの多重散乱理論からの予測とも符合し、多重散乱の影響を示唆する。このことはさらに、不均質な非弾性媒質では $Q_i^{-1} \sim 0$ でない限り $Q_c^{-1} \sim Q_i^{-1}$ であることを意味する。ところが実際の観測事実では $Q_c^{-1} \sim Q_i^{-1}$ が概ね成り立つ [例えば、AKI (1980)] ので、上記の結論を当てはめると $Q_i^{-1} \sim Q_i^{-1} \gg Q_s^{-1}$ ということになる。これはコード波が散乱により生じるという基本認識と一見矛盾する。この矛盾は今日でもなお十分な解決を見ていない。そもそも Q_c とは何を表す量なのかという根本的な問いに対し、我々はまだ満足のいく答えを得ていないと言えよう。

ところで、前述のように本節で紹介した研究のほとんどは音波近似に基づいている。しかし、S波の散乱の主要部分が S-S 散乱であるのとは対照的に、P波の散乱では一般に P-P 散乱よりも P-S 散乱が支配的であり [SATO (1984a, b)], P波を音波で代替することには疑問

がある。P コーダ波の主体が S-P 変換波である可能性を示唆するデータ解析例もある [栗原・他 (1991)]。また、ROTH and KORN (1993) に従えば近地と遠地の地震でコーダ波の性質に本質的な差がないことになるが、散乱強度の θ 依存性は音波と P, S 波では全く異なり [WU and AKI (1985b)]、彼らの結果が弾性波についても成り立つ保証はない。P 波より S 波の方が内部減衰の影響を受けやすいことを考えれば、近地と遠地の地震では S コーダ波の周波数特性に違いがあることも予想される。近地・遠地地震の P, S コーダ波の性格の違いを明らかにするための弾性波シミュレーションが今後は必要であろう。

JANNAUD *et al.* (1991a) は波動シミュレーションにおける計算領域の有限性を数値実験の限界と捉えたが、有限な広がりしか持たない現実の地殻を考える上では、むしろ KORN (1990) のように積極的な意味を見いだすべきであろう。不均質領域の有限性の効果の重要性は、不均質性の深さ依存性を新たに取り入れた GUSEV (1995) の一次散乱理論からも支持されている。この問題に的を絞った研究は少なく、今後の課題と言えよう。ことによ

ると、先ほど述べた理論と観測の矛盾を解く鍵はここにあるのかもしれない (否定的な見解もある [YOMOGIDA *et al.* (1997)])。

3.3 平均速度とその分散

減衰性媒質は一般に速度分散を伴う。地震波の速度分散は見かけ減衰と独立に地殻の不均質性に関する情報を提供しうる。3.1 節で取り上げた散乱減衰が平均的な量であると同様、ここで述べる分散もあくまでも波の平均伝播速度に関するものである。このことを特に強調するために McLAUGHLIN and ANDERSON (1987) は「統計分散」(stochastic dispersion) という語を提案した。彼らはノルウェーの NORSAR のアレイ観測で得られた爆破地震波形を複数の周波数帯に分離した後、それぞれについて直達波の「エネルギー的重心」の到着時を評価した。その値は観測点と地震の組み合わせごとに大きくばらつくものの、平均的に見れば高周波成分 (~ 5 Hz) の到着が低周波成分 (~ 1 Hz) よりも遅れることが示された。彼らはこの正分散現象を説明するために、ガウス型半無限媒質中を上昇する平面 P 波の速度分散をシミュレーションによって調べた。その結果 $\varepsilon=7\%$ で $ka=2$ 近辺

Fig. 6. (a) Synthetic finite-difference seismograms for an acoustic random medium with $\varepsilon=5\%$, $a=240$ m and $\lambda=120$ m. (b) Traveltime curves of the first peak arrivals together with their mean value (horizontal solid line) and the inverse of the average slowness (dashed line). (c) Wavelength dependence of the velocity shift. [After KORN (1993); originally MÜLLER *et al.* (1992)] Note that the inverse of the average slowness (" v_0 ") does *not* coincide with the average velocity ($c_0=\langle c \rangle$, in our notation). $c=c_0$ corresponds to $\delta v/\varepsilon^2 v_0 \equiv (c-v_0)/\varepsilon^2 v_0 = 1/(1-\varepsilon^2)$ (~ 1 , if $\varepsilon^2 \ll 1$).

の限られた周波数帯域に有意な遅れが認められた。現実の波の到着時の遅れが高周波側の広い帯域に見られることを説明するために、彼らは地殻のランダムさが複数の特徴的規模を持つ可能性を主張している。これは FRANKEL and CLAYTON (1986) の推論 (3.6 節参照) や一部のデータ解析の結果 [例えば, WU and AKI (1985a), FLATTÉ and WU (1988)] と調和的である。

特定の周波数帯域での不均質媒質の速度を精度よく知ることまた地震探査などの観点から重要であろう。波長が不均質の規模に比べて十分長い場合には、一様ランダム媒質中の波動伝播速度は経路によらなくなり、巨視的な均質媒質としての扱いが可能となる [例えば, BACKUS (1962), HUDSON (1981)]。通常、不均質媒質中の長波の実効速度 c は空間平均速度 (あるいは揺らぎに対する背景媒質の速度) c_0 よりも遅い。IKELLE and YUNG (1994) による P 波シミュレーション (指数関数型, $\varepsilon^2 = 10\%$) の場合、この遅れは 3.5% である。一方、入射波長が十分短い場合には波線理論的な議論が可能であり、仮に波線が直線であれば平均伝播速度 c は c_0 に一致することが期待される。しかし実際には波線が速度の遅い部分を迂回 (回折) するため c は c_0 を上回る。「Wielandt 効果」または「速度シフト」(velocity shift) と呼ばれるこの現象は、MÜLLER *et al.* (1992) および ROTH *et al.* (1993) によって調べられた。彼らの音波シミュレーション (指数関数型およびガウス型, Birch の法則を仮定) によれば、 $ka \gg 1$ での速度シフト率 $\Delta c/c_0$ は ε^2 および伝播距離 L とともに増大する (旅が長いほどうまく近道に巡りあえる)。この結果は彼ら自身による波線理論の評価と定量的に一致する (数値的には例えば $\varepsilon^2 = 10\%$, $L/a = 9$ で $\Delta c/c_0 = 3.5\%$)。彼らはまた波長に関しては $ka \sim 1$ まで追跡調査し、 $\Delta c/c_0$ が波長とともに減少して途中で負に転じる (すなわち $c < c_0$) ことを示した (Fig. 6)。

因果律を考慮するなら、 Q^{-1} が上に凸の周波数依存性を持つ媒質 (例えば標準線形固体) の位相速度は逆分散を示すべきである (AKI and RICHARDS (1980))。亀裂のランダム分布に関する理論と実験 [例えば, KAWAHARA and YAMASHITA (1992), MURAI *et al.* (1995)] も同じ結論を与える。これは IKELLE and YUNG (1994) や MÜLLER *et al.* (1992) らの結果とも合致するのに対し、McLAUGHLIN and ANDERSON (1987) のデータ解析および数値実験とは対立する。この不一致が彼らの実験条件の何に由来するのか、また彼らのデータ解析が示す正分散が物理的に何を意味するのかは不明である。速度分散に関して同一のモデルで広い波長領域をカバーした実験例は残念ながら見当たらない。

3.4 走時・波形の空間的揺らぎ

不均質性の影響は上述のような波形の平均的特徴だけでなく、その 2 次モーメント量 (振幅・走時・波形全体などの空間的な相関) にも反映する。この問題に関してもいくつかの理論が提案されている [例えば, CHERNOV (1960), FLATTÉ and WU (1988), GIBSON (1991), GUDMUNDSSON *et al.* (1990)]。ガウス型媒質中の音波に関する Chernov の理論によれば、 ε^2 が小さければ走時の揺らぎと速度の揺らぎの分散同士は比例すると予測される。

NORSAR などの大規模なアレイ観測 (観測点間距離 > 10 km) で見られる着震時の揺らぎの大きさは通常 0.1 秒を上まわる。これを説明づけるために、FRANKEL and CLAYTON (1986) は半無限ランダム媒質 ($\varepsilon = 10\%$) 中を上昇する平面 P 波 (卓越波数 $ka > 1$) の走時の揺らぎを数値的に調べた。それによれば、卓越波長と伝播距離を固定すると走時の揺らぎの標準偏差 σ_{st} は速度揺らぎの相関距離 a とともに増大する (あるいは同じ a に対しては波長とともに減少する)。 σ_{st} の絶対値に関しては、ガウス型および指数関数型媒質では Chernov の予測値と近い値を示し、自己相似型媒質ではその約半分であった。 σ_{st} は伝播距離にも依存するが、その仕方は媒質の型により異なり Chernov の理論とは必ずしも合わない。彼らはまた走時の空間的な揺らぎの相関関数を求め、その半幅が媒質の型によらず a と概ね等しいことを示した。これは Chernov の理論と調和的である。彼らは以上の結果を NORSAR のデータに当てはめることにより、地殻の速度揺らぎは相関関数の型が何であれ $a > 10$ km でなければならないと結論した。一方 MÜLLER *et al.* (1992) は、音波シミュレーション (cf. Figs. 6a, b) から求められた走時の揺らぎの相関関数形から媒質の速度揺らぎの相関を逆推定した。彼らの方法は波線理論的な考察に基づき、波長が短い場合 ($\lambda/a < 0.5$ あるいは $ka > 10$) に有効であることが示された。なおこの方法では求めるべき相関関数の形をあらかじめ知らなければならないという制約がある。

観測点同士が波長程度離れると波形同士の相似性が失われるという現象は、特に小規模なアレイ観測 (観測点間 ~ 100 m) で顕著に認められる。FRANKEL and CLAYTON (1986) は観測点ごとの合成コード波形にバンドパスフィルターをかけた後、すべての観測点の組み合わせごとに相互相関の最大値を求め、その平均値を観測点間距離の関数として図示した。それによれば相互相関は距離とともに減衰し、その早さは (容易に想像されるように) 波長が短かいほど、かつ媒質の速度揺らぎの相関距離が短いほど早い。同様な結果は Toksöz *et al.* (1991a, b) の数値実験でも得られている。一方、McLAUGHLIN

and ANDERSON (1987) は 3.3 節で述べたシミュレーションにおいて、合成波形の初動部分のコヒーレンスを周波数の関数として求めた。その結果、コヒーレンスは $ka > 1$ で減少し、かつその速さは伝播距離とともに増大するという傾向が認められた。この傾向は NORSAR のデータに関する彼ら自身の解析結果と共通する。観測事実の定量的説明のために、彼らは地殻のランダムな揺らぎが多重スケールを持つ可能性を改めて主張している。

なお、波形のコヒーレンスは地表付近の低速度堆積層による多重反射によっても失われうることに注意されたい。ランダム媒質の上に均質な低速度層を載せたモデルを扱った Toksöz *et al.* (1991a) は、条件次第では上記の効果が不均質による散乱の効果を遙かに凌駕することを示している。

3.5 地震探査への影響

本来は地殻の大規模構造を対象とする地震探査、特に反射法探査において、比較的小規模な不均質構造（相関距離～波長）がどこまで鮮明に捉えられるかは実用上重要な問題である。Gibson と Levander は小規模でランダムな揺らぎによる散乱が反射法記録に及ぼす影響を調査した [GIBSON and LEVANDER (1988a, b, 1990), LEVANDER and GIBSON (1991); 第 5 節参照]。一般に下部地殻は多数の反射面を含むのに対し、上部地殻は比較的「透明」とであるとされている。彼らは均質な上部とランダムな揺らぎ（1 次 vK 型）を持つ下部からなる地殻モデルにおいて、音波震源と観測点アレイを地表に配置し、CMP (Common mid-point) 重合法に基づく反射法探査の模擬実験をおこなった。それによれば、波長と同程度規模の揺らぎ構造は十分な解像度を持って捉えられず、結果的に水平に延びた反射面の分布として誤認されやす

い (Fig. 7)。この傾向は観測点が震源から遠方にあるほど顕著になり、観測点が上部地殻の厚さの 2 倍以上遠方になると、2 次元的な揺らぎは 1 次元水平多層構造と見分けがつかなくなる。また、小規模な揺らぎによる散乱波は直下の大規模構造（モホ面など）からの反射波と干渉し、結果的にそれらの構造のイメージを歪め、かつ不鮮明にする。同じ現象は EMMERICH *et al.* (1993) によっても指摘されている。これらの結果は従来の下部地殻のイメージを否定するものではないにせよ、反射法記録だけから下部地殻の反射面の詳細な分布を議論することの危険性を警告している。なお、揺らぎが横長に見える現象に関して Emmerich らが多重散乱を原因に挙げたのに対し、GIBSON and LEVANDER (1990) はそれが重合法処理に本質的に根ざしたものであると述べている。Gibson らによれば、この問題は CMP 重合の前段階でのマイグレーション処理によって部分的に解消できる（同処理によって分解能は理論上一桁上がる [LEVANDER *et al.* (1994b)]）。

Gibson らが大陸性地殻を念頭に置いているのに対し、DOUGHERTY and STEPHEN (1988) は海洋性地殻を想定して流体層を載せたランダム弾性体を検討した。彼らのモデルでは、海中の震源から放射された音波の一部は P および S 波として地殻に進入後、速度勾配のため再び海底へ浮上して反射・屈折・変換波を生じる。このようにして様々な相の波が生じる結果、たとえ地殻にランダムな揺らぎがなくても波動場の空間的パターンはかなり複雑となる。揺らぎの新たな付加は単にコード波の上乗せをもたらすだけでなく、それまでは存在しなかった大振幅のストンレー波を励起する。水中音波よりも遅く伝わるこの波は、観測上のノイズの主要部分を成す可能性

Fig. 7. Comparison of (a) an acoustic, von Kármán random medium model with $\nu=1$, with (b) its simulated zero-offset section and (c) CMP-stacked data for the section with the maximum source-receiver offset 5 km [after GIBSON and LEVANDER (1990)].

が大きい。

近年 HESTHOLM *et al.* (1994) はリソスフェア全体、すなわち地殻と最上部マントル（深さ<150 km）を視野に入れた大規模なシミュレーションを敢行した。彼らは単純なモデルにランダムな揺らぎ（0.3次vK型、第4節参照）や地表・モホ面の凹凸、地表付近の低速度層などを段階的に導入して対照実験をおこなうとともに、最終モデルがノルウェーの NORESS などのアレイ観測波形を総合的によく説明することを示した。彼らの得た結果のうち、ランダムな揺らぎに関するものを挙げよう。まず、コーダ波の発生などの予想通りの結果の他、モホ面直下の不均質性が屈折波（ P_n , S_n ）のエネルギー強度を高めることが発見された。コーダ波には地表の凹凸による散乱波（実体波から表面波への変換波など）も寄与するため、一般に震源が浅いほどコーダ波が強く励起される。また、S コーダ波が主としてS波から成るのに対し、P コーダ波はP波および表面波（ R_g ）から成ることがセンプランス解析により明らかになった。

3.6 その他

FRANKEL and CLAYTON (1984) は音波シミュレーションの結果に基づき、ランダムな揺らぎによる散乱が震源スペクトルの正確な推定を困難にする可能性を指摘している。また FRANKEL and CLAYTON (1986) は様々な型のランダム媒質について $a=10$ km, $\epsilon=5\%$ 、震源の卓越周波数 20 Hz の条件下でコーダ波をシミュレートし、その振幅を比べた。その結果、現実の観測波形をよく説明するのは自己相似型媒質のみであり、小規模の不均質に乏しいガウス型や指数関数型媒質ではコーダ波が十分に励起されなかった。3.4節で述べた結果（ $a>10$ km）と考え合わせ、彼らは地殻の不均質性は自己相似型に近いと結論している。この結論は一部の地震学的研究や、自然界の事象がしばしば自己相似性を示すという一般的観測と一見符合する。しかしながら Fig. 5 に見られるように、自己相似型媒質から期待される Q_s^{-1} は高周波側で平坦でピークを持たず、明らかに観測事実と反する。この矛盾はモデル化の不適切さに由来するのかもしれない（第5節参照）。

不均質の規模に比べ波長が十分短い場合には波の変換（P-S, S-P）が無視でき、弾性波を音波で近似可能なことが知られている [WU and AKI (1985a)] が、両者が同程度の場合はどうであろうか？ EMMERICH (1992) は ROTH and KORN (1993) と同様なモデル（次節参照）に基づき、地表に音波およびP波の等方性震源を置いて対照実験をおこなった。それによれば、地表の観測点が震源に近い場合には音波はP波のよい近似である。一方、観測点が遠ざかるにつれてP波は急速に減衰し、1次散

乱S波が卓越する。彼女はこの結果に基づき、広角反射波を音波近似で扱った GIBSON and LEVANDER (1990) を批判している。弾性波シミュレーションは音波のそれに比べ計算労力がかさむのが難点だが、現在の計算機的能力はこの問題をほぼ解決しつつある。

§4. 異方性を持つ揺らぎ

現実の地殻の不均質性は必ずしも等方的ではない。地質学的データ [例えば, HOLLIGER and LEVANDER (1992)] によれば、地殻の物質的な揺らぎの相関距離は一般に水平・鉛直の2方向で異なり、前者が後者より長い。このような型のランダム媒質の表現法の一つは、等方的な相関関数において

$$r/a \rightarrow |x|/a + |z|/b \quad (5)$$

と置換することにより得られる。この型の具体例は EMMERICH (1992) が導入した「二重指数関数型」(double-exponential) 相関関数である。同関数は不均質のアスペクト比 $b/a=0$ で水平方向に均質な（すなわち1次元の）揺らぎに帰着し、一方 $b/a=1$ では近似的に等方的な揺らぎを表現する。完全に等方的な場合を包含するものとしては、次の置換による「楕円形」(ellipsoidal) 相関関数 [IKELLE *et al.* (1993)] が適当であろう。

$$r/a \rightarrow \sqrt{(x/a)^2 + (z/b)^2} \quad (6)$$

以下、これらの相関関数を用い、異方性が波動伝播に与える影響を数値的に検討した文献をまとめて紹介する。

ROTH and KORN (1993) は二重指数関数型媒質に関して異方性の影響を検討した。それによれば、不均質層に下方から垂直入射する音波の散乱減衰は b/a が減るに連れ減少する傾向があり、一次散乱理論による予測と符合する。彼らはまた、 $b/a=1$ の場合には Q_s^{-1} の実験値が理論値と全般的に調和的であるのに対し（3.1節参照）、 b/a が小さくなるに連れ高波数域（ $kb>2.5$ ）で実験値が予測値を上まわる傾向を認め、その原因の候補として層状の不均質間で強められる多重散乱の効果を挙げている。コーダ波に関しては、 $b/a=0$ の場合は $b/a=1$ の場合に比べて励起が弱く、かつその減衰は一桁以上大きく ϵ と負の相関を持つ。この結果は MENKE and CHEN (1984) の数値実験結果（3.2節）と矛盾しない。EMMERICH *et al.* (1993) は二重指数関数型媒質が反射法記録においてどのようにイメージされるかを調べ、小規模な揺らぎはそのアスペクト比に関わらず（たとえ縦長であっても）記録上では横長の反射面として現れることを示し、GIBSON and LEVANDER (1990) の結論を支持した。

異方性ランダム媒質中のコーダ波の励起の方位依存性は IKELLE *et al.* (1993) によって調べられた。彼らは楕円

形指数関数型媒質 ($\varepsilon^2 = 10\%$) 中に置かれた P 波震源から等距離に観測点を配置し、各点での波形の違いを観察した。それによれば、方位角 (震源から観測点への方向と z 軸の成す角) θ が小さい観測点では (ROTH and KORN (1993) の結論と同じく) コーダ波は b/a とともに弱くなるのに対し、 θ が大きければ逆に b/a が小さいほどコーダ波が強く励起される。特に $b/a \ll 1$ の場合、震源周囲に分布するコーダ波エネルギーの大半が θ の大きな領域 (横方向) に集中する。これは成層構造に近づいた不均質間の強い多重反射の結果と解釈できる。また IKELLE and YUNG (1994) は同じ媒質を垂直入射する長波長 P 波の実効速度 c を調べ、1 次元不均質媒質に関する BACKUS (1962) の実効弾性理論と比較した。空間平均速度を c_0 、Backus による理論値を c_B とすると、一般に $c_B < c < c_0$ であり、かつ $b/a \rightarrow 0$ で $c \rightarrow c_B$ となることが高い精度で示された。 c が c_B を上回るのは短波長域での速度シフトと同様な解釈が可能であろう。コーダ波の方位角依存性やボアホールを用いた $c_0 - c$ の測定は地殻異方性の評価の新たな手段になりうる、と Ikelle らは希望的に述べている。なお、彼らは人工地震を念頭に置いているらしく、S 波に関する議論はほとんどしていない。

等方的ランダム媒質中で励起されるコーダ波に関して一次散乱理論の有効性を主張した JANNAUD *et al.* (1991 a) は、その翌年に楕円形ガウス型媒質に関して同様な結論を下している [JANNAUD *et al.* (1992)]。彼らによれば、不均質性が弱ければ ($\varepsilon = 2.5\%$) 3.2 節で述べた逆解析によって相関距離 a, b をともに 5% 以内の誤差で推定できる。彼らはまた媒質の巨視的速度異方性についても調べ、 $b/a = 1/10, \varepsilon = 5\%$ ならば波長によらず $|(c_x - c_z)/c_0| < 1\%$ (c_x, c_z はそれぞれ水平及び垂直方向の平均速度)

であり、実用上等方的と見なせるとしている。もちろん IKELLE and YUNG (1994) らのように強い不均質性を想定すれば話は別であろう。

前出の HESTHOLM *et al.* (1994) のリソスフェアモデルも、実は異方性ランダム媒質 (おそらくは楕円形) を最初から仮定していた。彼らの観察によれば、コーダ波は不均質の短軸 ($b/a < 1$ なら鉛直) 方向に強く放射される。またコーダ波の見かけ速度は不均質が横長の場合に比較的速いことがセンプランス解析により示された。異方性ランダム媒質は 3.5 節に登場した Levander らのグループによっても研究されているが、それについては便宜上次節で取り上げる。彼らの採用した異方性の表現もまた (6) 式に基づくものである。

§5. 離散的な揺らぎ

今まで紹介してきた研究は、すべて揺らぎが平均値のまわりを連続的に確率分布すると仮定しており、そのほとんどがガウス型分布である。仮に揺らぎの分布が離散的 (媒質の弾性定数や密度が離散値を取る) なら、媒質は多数の不連続面を含むことになり、波動伝播特性が大きく変わるとは想像に難くない。特に、波長の十分短い波の散乱強度は専ら媒質の速度勾配の不連続性に支配されることが一次散乱理論から期待される [DAINTY (1984)]。

現実の媒質がこのようなものであると考えるべき根拠は多々存在する。離散的な不均質性の存在は露頭調査などより明らかであり、岩体がわずかに二、三種類の岩石で構成されていることは珍しくない [例えば、HOLLIGER and LEVANDER (1992), LEVANDER *et al.* (1994a)]。3.6 節で述べた FRANKEL and CLAYTON (1986) の結論の矛盾点

Fig. 8. (a) Visualization of the mapping from continuous fluctuations $\delta c^c(x)$ to discrete ones $\delta c^n(x)$, expressed by eq. (7). (b) One-dimensional demonstration of this mapping algorithm for $n=2$ [after Goff *et al.* (1994)]. Top: Gaussian-distributed, von Kármán correlated random fluctuations with $\nu = 0.8$ and $a = 9$ km. The standard deviation is 50 m. Bottom: Discrete random fluctuations mapped from the top profile using $\rho_1 = \rho_2 = 0.5$ and $-H_1 = H_2 = 50$ m. It is resultantly shown that $\nu = 0.37$ and $a = 11$ km.

も、地殻の物質的不連続が短波長コーダ波の励起効率を高めると考えれば解決できるかもしれない。また JAN-NAUD *et al.* (1991b) は、自らのモデルで Q の実測値 (しばしば 100 を切る) を説明するためにはかなり振幅の大

きな揺らぎ ($\epsilon > 10\%$) が必要となることから、現実の散乱現象では地殻内部の不連続面が重要な役割を担っていると推論している。

現実のランダムで離散的な揺らぎを統計的に記述し、

Pogallo Line
(~ "Conrad" ?)

Kinzigite Zone
(Amphibolite Facies)

Stronalite Zone
(Granulite Facies)

Insubric Line
(~ "Moho" ?)

(a)

(b)

Fig. 9

Fig. 9. (a) Digitized 1:25,000 geological map of Val Strona, in the Ivrea Zone, northern Italy [after HOLLIGER *et al.* (1993)]. Different gray scales correspond to different lithologies, and hence velocities. (b) Whole-crustal model consisting of "Lewisian-type" upper crust and "Ivrea-type" lower crust [after LEVANDER *et al.* (1994b)]. Light gray, intermediate gray, black above and below the Moho (25 km depth) denote 6.0, 6.3, 6.6 and 6.8 km/sec, respectively. Migrated section of 15-fold CMP stacked synthetic data for (b) (range shown by the bracket at the bottom) with the maximum source-receiver offset 3 km is (c). Here 4 and 8 sec correspond to the Conrad discontinuity and Moho, respectively. (d) Migrated CMP stacked section from the WINCH profile off the northwest Britain [after LEVANDER *et al.* (1994b); originally KLEMPERER and HOBBS (1991)].

それを計算機上で再現する方法が Goff *et al.* (1994) により提唱されている。いま、連続的な揺らぎ $\delta c^c(\mathbf{x})$ から離散的な揺らぎ $\delta c^n(\mathbf{x})$ への次のような写像を考える (Fig. 8a; n は均質な構成要素の数)。

$$\delta c^n(\mathbf{x}) = - \begin{cases} H_n, & c_{n-1} < \delta c^c(\mathbf{x}) < c_n = +\infty \\ \vdots & \vdots \\ H_i, & c_{i-1} < \delta c^c(\mathbf{x}) < c_i \\ \vdots & \vdots \\ H_1, & -\infty = c_0 < \delta c^c(\mathbf{x}) < c_1 \end{cases} \quad (7)$$

ここで $\delta c^n(\mathbf{x}) = H_i$ の確率を ρ_i ($\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_n = 1$), $\delta c^c(\mathbf{x})$ の確率密度関数を $p(\delta c^c)$ とすれば、両者の関係は

$$\rho_i = \int_{c_{i-1}}^{c_i} p(\delta c^c) d\delta c^c \quad (8)$$

で与えられる。この写像の最も単純な場合 ($n=2$) を Fig. 8b に例示する。この写像に伴い、揺らぎの相関関数

も $N^c(r)$ から $N^n(r)$ へ変換される。所期の目標を達成するためには、観測された n , H_i, ρ_i ($i=1, 2, \dots, n$), $N^n(r)$ の組み合わせから $N^c(r)$ を求め、次にそれに従う $\delta c^c(\mathbf{x})$ を具体化し、最後に写像 (7) をおこなえばよい。ただし、 $N^c(r)$ から $N^n(r)$ への変換 [Goff らの (6) 式] の逆を実行するのはあまり容易でないため、Goff らは試行錯誤によって $N^c(r)$ を推定することを勧めている。彼らはまた $N^c(r)$ が vK 型であれば $N^n(r)$ も同じ型であることを数値的に示し、それぞれの次数 ν^c と ν^n の関係を調べるとともに、その結果に基づき揺らぎの離散性を統計的のパラメーター M で記述することを提唱している。Modality と名づけられたこの量は、 H_i と ρ_i の組み合わせに応じて n を上限とするように経験的に定義される。

Goff, Holliger, Levander らのグループは、上部または下部地殻の典型的構造を直接反映すると期待される地

域をいくつか選び、それらの地質図から離散的な揺らぎの統計的性質を抽出する試みをおこなっている [HOLLIGER *et al.* (1993), HOLLIGER and LEVANDER (1992, 1994a, c), LEVANDER *et al.* (1994a)]. 例えば下部地殻を代表する北イタリアの Ivrea 帯の場合、岩体の構成要素数 $n=2$ 、揺らぎの水平方向の相関距離 $a=500\sim 1000$ m、アスペクト比 $b/a=1/3\sim 1/5$ 、Hurst 数 $\nu\sim 0.3$ (フラクタル次元 $D\sim 2.7$) である (Fig. 9a). 彼らはこれらのデータを基にして、離散的な揺らぎを持つ様々な型の地殻モデルを設計し、反射法探査の模擬実験 (音波または弾性波シミュレーション) を精力的におこなった [上記文献の他, HOLLIGER *et al.* (1992, 1994), HOLLIGER and LEVANDER (1994b), LEVANDER *et al.* (1994b), LEVANDER and HOLLIGER (1992)].

HOLLIGER *et al.* (1993, 1994) によれば、Ivrea 帯に基づく不均質層モデルは実際の下部地殻の特徴である見かけ上の無数の水平反射面、およびその反射率や反射波のスペクトル特性を総体的によく説明するのに対し、従来の連続的な揺らぎのモデルでは下部地殻の高反射率を十分に説明できない。彼らはさらに Ivrea 型モデルのパラメーターを変えて実験をおこない、その反射率が揺らぎのアスペクト比やフラクタル次元と正の相関を持つことを示した。HOLLIGER *et al.* (1992, 1994) は Ivrea 型媒質に関するアレイ観測波形の相互相関を調べ、一次散乱理論 [GIBSON (1991)] からの予想に反して波形の相関距離は揺らぎの水平方向相関距離 a にもアスペクト比 b/a ($=1/4\sim 1/20$) にもよらずほぼ一定であるという結果を得た。このことから彼らは、不均質性の強い下部地殻では多重散乱が支配的であり、一次散乱理論の適用は許されないと結論している。もっとも、これは必ずしも離散性の影響ではなく、本質的には揺らぎの相関距離や振幅、観測波長や波動伝播距離などのかね合いに規定されるところである [LEVANDER *et al.* (1994b); WU and AKI (1988)].

一方、上部地殻に関するモデルはイタリアおよびイギリスの露頭を元に数種類のものが提案された。それらは揺らぎが連続的であるか、または離散的であっても相関距離が波長より小さめであるため、概して Ivrea 型モデルよりも散乱強度が弱い [HOLLIGER and LEVANDER (1994a, c), LEVANDER *et al.* (1994a, b)]. それらのうち最も散乱強度の強い離散的な Lewisian 片麻岩体 (スコットランド) 型の場合でも、反射波の波形の相関に関しては一次散乱理論が適用可能である。しかしながら同媒質のコード Q は負の値を示すことから、Levander らは Lewisian 型媒質に関しても多重散乱の影響は無視できないと述べている。

反射法記録上では Ivrea 型の揺らぎが (3.5 節で述べたように) 虚偽の反射面の集合体に見えるのに対し、Lewisian 型は細かい「ごま塩」模様を呈す。LEVANDER *et al.* (1994b) は両者をつなぎ合わせて地殻全体のモデルを作り、その性質を議論した (Fig. 9b). 同モデルの反射法イメージは実際の反射法記録例の特徴を視覚的によく再現する (Figs. 9c, d). 彼らは Lewisian 型上部地殻が下部地殻のイメージをばかす働きを重視し、上部地殻を「透明」と見なす従来の見方に異議を唱えている。上部地殻の不均質性の重要性は P_g 波の異常減衰 [HOLLIGER and LEVANDER (1994c); 3.1 節] からもし唆される。また HOLLIGER and LEVANDER (1994a) は別の型の全地殻モデルを検討し、たとえ地殻全体の平均的な速度構造に不連続がなくても、上部と下部で不均質性の統計的性質に強いコントラストがあれば明瞭な反射面として認知されうることを示した。このことは現実のコンラッド面の反射率を解釈する上で重要であろう。

全般的に見て、Levander らの主たる興味は現実的な地殻モデルの波動伝播特性にあり、離散性の純粋な効果はあまり議論されていない。そもそも地殻のあらゆる場所の揺らぎが明瞭な離散性を持つわけでもない。しかしながら彼らの数値実験結果が観測データをよく説明することは、地殻の地域的な波動伝播特性を議論する上で離散性揺らぎを考慮することの重要性を暗に示していると言える。

最後に、JANNAUD *et al.* (1992) が円形の散乱体 (inclusion) のランダム分布を自己相関関数で記述するという折衷的な方法を試みたことを指摘しておく。

§6. おわりに

本論では、揺らぎの自己相関関数で記述されるランダム媒質に関する数値波動シミュレーションを、主として差分法を用いて扱った研究論文の主要なものを網羅した。散乱体のランダム分布に関する研究 (筆者の専門はむしろこちらなのだが) はここでは省略したが、これについては次の機会に譲ることにしたい。

ランダム媒質中の波動伝播の数値実験はここ数年間で極めてポピュラーなものとなり、多彩な研究成果が報告されている。しかし散乱減衰を例にとってみれば、いささか百家争鳴の趣があり、統一見解を得るには至っていない。コード波や速度分散に関しても、相矛盾する数値実験結果の間では是非の決着がつけられたわけではない。散乱現象の根底にある物理を完全に理解するためにも、過去の研究を俯瞰しつつ、諸々の実験条件を慎重に制御した総合的な数値実験がなされるべき時期に来ているように思う。

本論で積極的に取り上げなかった重要課題の一つにランダム媒質の非一様性、特に深さ依存性の影響がある。地殻の上部と下部で不均質性が大きく変化しうるのは地質学的データから明らかであり（前節参照）、地震学的観測からも示唆されている [例えば、FLATTÉ and WU (1988)]。ランダム媒質の深さ依存性はこれまでは専ら地震探査の分野で考慮されてきた（3.5 節および第 5 節参照）が、今後はコーダ波などの数値的研究においても積極的に考慮されていくべきであろう。

技術的な問題点の一つは、相関距離と波長が大きく異なる場合にいかに精度を保つかであるが、これは計算の大規模化によって克服できるであろう。差分法のような領域法では波長 > 離散化間隔および不均質規模 > 離散化間隔が前提であり、かつ媒質の不均質性の一様性を十分に満足するためには伝播距離 > 不均質規模が望ましい。それゆえ $ka \gg 1$ の場合を適切に扱うためには大規模な計算領域の確保が必要となる。波数が増せば合成波形の空間的ばらつきも激しくなり、統計量の安定した評価のためには大きなアンサンブルが必要となる。このこともまた広い計算領域が求められる要因となる（ただしエルゴード性を前提として、異なる乱数列に基づく同種のモデルに関して同じ実験を繰り返すという戦略もありうる）。逆に $ka \ll 1$ の場合も、散乱強度自体が弱いため、散乱減衰などの効果を正確に検出するために長い伝播距離が必要となる（これは領域法に限らないことだが）。現在の計算機の能力をもってしてもこのような理想的状況はなかなか実現し難いことが多く、これが結果の信頼性と誤差に影響を及ぼしている。しかしこの問題もいずれ時間とともに解決されていくだろう。計算機の能力のさらなる進歩は、これまで敬遠されてきた（しかし重要な）3次元波動シミュレーションをもやがては実用的なものにすると思われる。

前節で紹介した離散的揺らぎのモデルは、今のところ Levander らのグループの専売特許となっているが、今後は散乱減衰やコーダ波の研究においてももっと活用されるべきであろう。ただしその場合、そのような離散的ランダム媒質中の波動を領域法がどこまで高精度にシミュレートできるのかをはっきりさせる必要がある。精度や解像度の点で境界法に劣る領域法が複雑な不均質性にどこまで対応できるのかは昔から議論的である。本論で紹介した研究者たちの多くもこれに心を砕き、比較実験などに基づいて自分たちの計算の信頼性を強く主張している。KNEIB and KERNER (1993) は、媒質の様なランダムさが結果的に波動伝播に伴う数値誤差の累積を抑制すると述べている。しかし一方では、不連続面近傍の複雑な波動場が領域法で正確に表現できるかどうかを

疑う声もある [例えば、BENITES *et al.* (1992), YOMOGIDA *et al.* (1997)]。これに対する反論（賛同？）が待たれる。将来、境界法による離散的な揺らぎのモデル化が試みられる日も来るかもしれない。

謝 辞

本論執筆の機会を与えて下さった本多 了氏（広島大学）に感謝いたします。額綱一起氏（東京大学地震研究所）と匿名査読者のコメントは本論の改善に大いに役立ちました。吉本和生氏（東北大学）には一次散乱理論に関して専門的立場からの貴重な助言やコメントをいただきました。蓬田 清氏（広島大学）には論文を原稿の段階で見せていただきました。亀 伸樹氏（東京大学地震研究所）と村石 浩氏（茨城大学）には資料収集や図の作成にあたりご協力いただきました。これらの方々にも記して謝意を表します。

文 献

- AKI, K., 1980, Scattering and attenuation of shear waves in the lithosphere, *J. Geophys. Res.*, **85**, 6496-6504.
- AKI, K. and B. CHOUET, 1975, Origin of coda waves; source, attenuation and scattering effects, *J. Geophys. Res.*, **80**, 3322-3342.
- AKI, K. and P. G. RICHARDS, 1980, *Quantitative seismology*, W. H. Freeman & Co., San Francisco.
- BACKUS, G. E., 1962, Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering, *J. Geophys. Res.*, **67**, 4427-4440.
- BENITES, R., K. AKI and K. YOMOGIDA, 1992, Multiple scattering of SH waves in 2-D media with many cavities, *Pure Appl. Geophys.*, **138**, 353-390.
- BIRCH, F., 1961, The velocity of compressional waves in rocks to 10 kb, Part 2, *J. Geophys. Res.*, **66**, 2199-2224.
- CAMPILLO, M., 1990, Propagation and attenuation characteristics of the crustal phase L_g , *Pure Appl. Geophys.*, **132**, 1-19.
- CHERNOV, L. A., 1960, *Wave propagation in a random medium*, McGraw-Hill, New York.
- COATES, R. T. and E. E. CHARRETTE, 1993, A comparison of single scattering and finite difference synthetic seismograms in realizations of 2-D elastic random media, *Geophys. J. Int.*, **113**, 463-482.
- CRAMPIN, S., 1990, The scattering of shear-waves in the crust, *Pure Appl. Geophys.*, **132**, 67-91.
- DAINTY, A. M., 1984, High-frequency acoustic back-scattering and seismic attenuation, *J. Geophys. Res.*, **89**, 3172-3176.
- DOUGHERTY, M. E. and R. A. STEPHEN, 1988, Seismic energy partitioning and scattering in laterally heterogeneous ocean crust, *Pure Appl. Geophys.*,

- 128, 195–229.
- EMMERICH, H., 1992, PSV-wave propagation in a medium with local heterogeneities: a hybrid formulation and its application, *Geophys. J. Int.*, **109**, 54–64.
- EMMERICH, H., J. ZWIELICH and G. MÜLLER, 1993, Migration of synthetic seismograms for crustal structures with random heterogeneities, *Geophys. J. Int.*, **113**, 225–238.
- FLATTÉ, S. M. and R. S. WU, 1988, Small-scale structure in the lithosphere and asthenosphere deduced from arrival-time and amplitude fluctuations at NORSAR, *J. Geophys. Res.*, **93**, 6601–6614.
- FRANKEL, A., 1989, A review of numerical experiments on seismic wave scattering, *Pure Appl. Geophys.*, **131**, 639–685.
- FRANKEL, A. and R. W. CLAYTON, 1984, A finite-difference simulation of wave propagation in two-dimensional random media, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **74**, 2167–2186.
- FRANKEL, A. and R. W. CLAYTON, 1986, Finite difference simulations of seismic scattering: implications for the propagation of short-period seismic waves in the crust and models of crustal heterogeneity, *J. Geophys. Res.*, **91**, 6465–6489.
- FRANKEL, A. and L. WENNERBERG, 1987, Energy-flux model of seismic coda: separation of scattering and intrinsic attenuation, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **77**, 1223–1251.
- 古村孝志・B. L. N. KENNETT・竹中博士, 1996, Pseudo-spectral 法による地震波動の3次元計算, 地球惑星科学関連学会 1996 年合同大会予稿集, 335.
- GIBSON, B. S., 1991, Analysis of lateral coherency in wide-angle seismic images of heterogeneous targets, *J. Geophys. Res.*, **96**, 10261–10273.
- GIBSON, B. S. and A. R. LEVANDER, 1988a, Modeling and processing of scattered waves in seismic reflection surveys, *Geophysics*, **53**, 466–478.
- GIBSON, B. S. and A. R. LEVANDER, 1988b, Lower crustal reflectivity patterns in wide-angle seismic recordings, *Geophys. Res. Lett.*, **15**, 617–620.
- GIBSON, B. S. and A. R. LEVANDER, 1990, Apparent layering in common-midpoint stacked images of two-dimensionally heterogeneous targets, *Geophysics*, **55**, 1466–1477.
- GOFF, J. A., K. HOLLIGER and A. R. LEVANDER, 1994, Modal fields: a new method for characterization of random seismic velocity heterogeneity, *Geophys. Res. Lett.*, **21**, 493–496.
- GUDMUNDSSON, O., J. H. DAVIES and R. W. CLAYTON, 1990, Stochastic analysis of global traveltime data: mantle heterogeneity and random errors in the ISC data, *Geophys. J. Int.*, **102**, 25–43.
- GUSEV, A. A., 1995, Vertical profile of turbidity and coda Q, *Geophys. J. Int.*, **123**, 665–672.
- GUSEV, A. A. and I. R. ABUBAKIROV, 1987, Monte-Carlo simulation of record envelope of a near earthquake, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **49**, 30–36.
- HESTHOLM, S. O., E. S. HUSEBYE and B. O. RUUD, 1994, Seismic wave propagation in complex crust—upper mantle media using 2-D finite-difference synthetics, *Geophys. J. Int.*, **118**, 643–670.
- HOLLIGER, K., R. CARBONELL and A. R. LEVANDER, 1992, Sensitivity of the lateral correlation function in deep seismic reflection data, *Geophys. Res. Lett.*, **19**, 2263–2266.
- HOLLIGER, K. and A. R. LEVANDER, 1992, A stochastic view of lower crustal fabric based on evidence from the Ivrea Zone, *Geophys. Res. Lett.*, **19**, 1153–1156.
- HOLLIGER, K. and A. R. LEVANDER, 1994a, Structure and seismic response of extended continental crusts: stochastic analysis of the Strona-Ceneri and Ivrea zones, Italy, *Geology*, **22**, 79–82.
- HOLLIGER, K. and A. R. LEVANDER, 1994b, Lower crust reflectivity modeled by rheological controls on mafic intrusions, *Geology*, **22**, 367–370.
- HOLLIGER, K. and A. R. LEVANDER, 1994c, Seismic structure of gneissic/granitic upper crust: geological and petrophysical evidence from the Strona-Ceneri Zone (northern Italy) and implications for crustal seismic exploration, *Geophys. J. Int.*, **119**, 459–510.
- HOLLIGER, K., A. R. LEVANDER, R. CARBONELL and R. HOBBS, 1994, Some attributes of wavefields scattered from Ivrea-type lower crust, *Tectonophysics*, **232**, 267–279.
- HOLLIGER, K., A. R. LEVANDER and J. A. GOFF, 1993, Stochastic modeling of the reflective lower crust: petrophysical and geological evidence from the Ivrea Zone (northern Italy), *J. Geophys. Res.*, **98**, 11967–11980.
- HOSHIBA, M., 1991, Simulation of multiple-scattered coda wave excitation based on the energy conservation law, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **67**, 123–136.
- HUDSON, J. A., 1981, Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **64**, 113–150.
- IKELLE, L. T. and S. K. YUNG, 1994, An example of lateral-inhomogeneity effects on seismic travel-times in a zero-offset VSP experiment, *Geophys. J. Int.*, **118**, 802–807.
- IKELLE, L. T., S. K. YUNG and F. DAUBE, 1993, 2-D random media with ellipsoidal autocorrelation functions, *Geophysics*, **58**, 1359–1372.
- JANNAUD, L. R., P. M. ADLER and C. G. JACQUIN, 1991a, Spectral analysis and inversion of codas, *J. Geophys. Res.*, **96**, 18215–18231.
- JANNAUD, L. R., P. M. ADLER and C. G. JACQUIN, 1991b, Frequency dependence of the Q factor in random media, *J. Geophys. Res.*, **96**, 18233–18243.
- JANNAUD, L. R., P. M. ADLER and C. G. JACQUIN, 1992, Wave propagation in random anisotropic media, *J. Geophys. Res.*, **97**, 15277–15289.

- 金嶋 聰, 1991, 地球内部の異方性と S 波のスプリッティング, 地震 2, **44**, 特集号 71-83.
- KANG, I. B. and G. A. McMECHAN, 1994, Separation of intrinsic and scattering Q based on frequency-dependent amplitude ratios of transmitted waves, *J. Geophys. Res.*, **99**, 23875-23885.
- KAWAHARA, J. and T. YAMASHITA, 1992, Scattering of elastic waves by a fracture zone containing randomly distributed cracks, *Pure Appl. Geophys.*, **139**, 121-144.
- KLEMPERER, S. and R. W. HOBBS, 1991, The BIRPS atlas, Cambridge University Press, Cambridge.
- KNEIB, G. and C. KERNER, 1993, Accurate and efficient seismic modeling in random media, *Geophysics*, **58**, 576-588.
- KNEIB, G. and S. A. SHAPIRO, 1995, Viscoelastic wave propagation in 2-D random media and separation of absorption and scattering attenuation, *Geophysics*, **60**, 459-467.
- 額縁一起・竹中博士, 1989, 近地震波の伝播に関する理論, 地震 2, **42**, 391-403.
- KORN, M., 1990, A modified energy flux model for lithospheric scattering of teleseismic body waves, *Geophys. J. Int.*, **102**, 165-175.
- KORN, M., 1993, Seismic waves in random media, *J. Appl. Geophys.*, **29**, 247-269.
- KUWAHARA, Y., H. ITO and T. KIGUCHI, 1991, Comparison between natural fractures and fracture parameters derived from VSP, *Geophys. J. Int.*, **107**, 475-483.
- 桑原保人・伊藤久男・大湊隆雄・川勝 均・木口 努・宮崎光旗, 1991, 小スパンアレイ観測による自然地震の短周期 P 波, S 波コードの形成過程の解析, 地震学会講演予稿集, No. 2, 244.
- LEVANDER, A., R. W. ENGLAND, S. K. SMITH, R. W. HOBBS, J. A. GOFF and K. HOLLIGER, 1994a, Stochastic characterization and seismic response of upper and middle crustal rocks based on the Lewisian gneiss complex, Scotland, *Geophys. J. Int.*, **119**, 243-259.
- LEVANDER, A. R. and B. S. GIBSON, 1991, Wide-angle seismic reflections from two-dimensional random target zones, *J. Geophys. Res.*, **96**, 10251-10260.
- LEVANDER, A., R. W. HOBBS, S. K. SMITH, R. W. ENGLAND, D. B. SNYDER and K. HOLLIGER, 1994b, The crust as a heterogeneous "optical" medium, or "crocodiles in the mist", *Tectonophysics*, **232**, 281-297.
- LEVANDER, A. R. and K. HOLLIGER, 1992, Small-scale heterogeneity and large-scale velocity structure of the continental crust, *J. Geophys. Res.*, **97**, 8797-8804.
- MAIN, I. G., S. PEACOCK and P. G. MEREDITH, 1990, Scattering attenuation and the fractal geometry of fracture systems, *Pure Appl. Geophys.*, **133**, 283-304.
- MANDELBROT, B. B., 1977, Fractals, form, chance, and dimensions, W. H. Freedman & Co., San Francisco.
- McLAUGHLIN, K. L. and L. M. ANDERSON, 1987, Stochastic dispersion of short-period P-waves due to scattering and multipathing, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **89**, 933-963.
- McLAUGHLIN, K. L., L. M. ANDERSON and Z. A. DER, 1985, Investigation of seismic waves using 2-dimensional finite difference calculations, in "Multiple scattering of waves in random media and random surfaces", pp. 795-821, the Pennsylvania State University.
- MENKE, W. and R. CHEN, 1984, Numerical studies of the coda falloff rate of multiply scattered waves in randomly layered media, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **74**, 1605-1621.
- MEULLER, St., 1977, A new model of the continental crust, in "The earth's crust: its nature and physical properties", *Geophys. Monogr. Ser.*, Vol. 20 (ed. J. G. Heacock), pp. 289-317, Am. Geophys. Un., Washington, D. C.
- MÜLLER, G., M. ROTH and M. KORN, 1992, Seismic-wave traveltimes in random media, *Geophys. J. Int.*, **110**, 29-41.
- MURAI, Y., J. KAWAHARA and T. YAMASHITA, 1995, Multiple scattering of SH waves in 2-D elastic media with distributed cracks, *Geophys. J. Int.*, **122**, 925-937.
- NODA, K., 1974, Structure of the Horoman ultramafic massif of the Hidaka metamorphic belt in Hokkaido, Japan, *J. Geol. Soc. Japan*, **80**, 31-44.
- RAUTIAN, T. G. and V. I. KHALTURIN, 1978, The use of coda for determination of the earthquake source spectrum, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **68**, 923-948.
- ROTH, M. and M. KORN, 1993, Single scattering theory versus numerical modelling in 2-D random media, *Geophys. J. Int.*, **112**, 124-140.
- ROTH, M., G. MÜLLER and R. SNEIDER, 1993, Velocity shift in random media, *Geophys. J. Int.*, **115**, 552-563.
- SATO, H., 1977, Energy propagation including scattering effect: single isotropic scattering approximation, *J. Phys. Earth*, **25**, 27-41.
- SATO, H., 1982, Coda wave excitation due to non-isotropic scattering by its random velocity structure, *J. Geophys. Res.*, **87**, 7779-7785.
- 佐藤春夫, 1984a, リソスフェアにおける地震波の散乱と減衰—ランダムな不均質構造による一次散乱理論—, 国立防災科学技術センター研究報告, **33**, 101-186.
- SATO, H., 1984b, Attenuation and envelope formation of three-component seismograms of small local earthquakes in randomly inhomogeneous lithosphere, *J. Geophys. Res.*, **89**, 1221-1241.
- SATO, H., 1991a, Study of seismogram envelopes based on scattering by random inhomogeneities in the lithosphere: a review, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **67**, 4-19.

- 佐藤春夫, 1991b, ランダムな不均質による地震波の散乱, 地震 2, **44**, 特集号 85-97.
- SCHILT, S., J. OLIVER, L. BROWN, S. KAUFMAN, D. ALBAUGH, J. BREWER, F. COOK, L. JENSEN, P. KRUMHANS, G. LONG and D. STEINER, 1979, The heterogeneity of the continental crust: results from deep crustal reflection profiling using the VIBROSEIS technique, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **17**, 354-368.
- SHANG, T. and L. GAO, 1988, Transportation theory of multiple scattering and its application to seismic coda waves of impulsive source, *Scientia Sinica (Series B)*, **31**, 1503-1514.
- SHAPIRO, S. A. and G. KNEIB, 1993, Seismic attenuation by scattering: theory and numerical results, *Geophys. J. Int.*, **114**, 373-391.
- 鈴木宏芳・池田隆司・御子柴 正・木下繁夫・佐藤春夫・高橋 博, 1981, 関東・東海域における孔井層資料集, 防災科学技術資料, **65**, 1-162.
- 竹中博士, 1993, 不整形地盤における波動伝播の数値計算法, 地震 2, **46**, 191-205.
- TOKSÖZ, M. N., A. M. DAINTY and E. E. CHARRETTE, 1991a, Spatial variation of ground motion due to lateral heterogeneity, *Structural Safety*, **10**, 53-77.
- TOKSÖZ, M. N., A. M. DAINTY and E. E. CHARRETTE, 1991b, Coherency of ground motion at regional distances and scattering, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **67**, 162-179.
- WU, R. S., 1982, Attenuation of short period seismic waves due to scattering, *Geophys. Res. Lett.*, **9**, 9-12.
- WU, R. S., 1985, Multiple scattering and energy transfer of seismic waves—separation of scattering effect from intrinsic attenuation—I. Theoretical modeling, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **82**, 57-80.
- WU, R. S. and K. AKI, 1985a, Elastic wave scattering by a random medium and the small-scale inhomogeneities in the lithosphere, *J. Geophys. Res.*, **90**, 10261-10273.
- WU, R. S. and K. AKI, 1985b, The fractal nature of the inhomogeneities in the lithosphere evidenced from seismic wave scattering, *Pure Appl. Geophys.*, **123**, 805-818.
- WU, R. S. and K. AKI, 1988, Introduction: seismic wave scattering in three-dimensionally heterogeneous earth, *Pure Appl. Geophys.*, **128**, 1-6.
- YOMOGIDA, K., K. AKI and R. BENITES, 1997, Coda *Q* in two-layer random media, *Geophys. J. Int.*, **128**, 425-433.
- 吉和和生, 1994, 地殻の短波長不均質構造による地震波エンベロープの形成, 東北大学博士論文.