ETAS モデルによる地震活動静穏化現象の解析

統計数理研究所* 尾 形 良 彦

Quiescence Relative to the ETAS Model

Yosihiko OGATA

Institute of Statistical Mathematics, Minami-Azabu 4-6-7,
Minato-ku, Tokyo 106-8569, Japan

(Received June 30, 1997; Accepted November 18, 1997)

The anomaly in focus is *relative quiescence* which is defined as a significant decrease of earthquake activity compared with the predicted occurrence rate by the estimated statistical model for the standard seismicity of the region: we use a point-process model called Epidemic Type Aftershock-Sequences (ETAS) model. Regardless of the seismicity level, the relative quiescence can take place. Size of such quiescence is seen in cumulative and M - T diagrams of transformed occurrence times by using the estimated ETAS model. By this method, we recognized significant, relatively quiet stages in shallow seismicity over M 5 class in a very wide area preceding all studied great earthquakes of M 8 class in and around Japan and also those of M 9 class in the world. However, we saw no relative quiescence for about 20 years up to 1990 in the wide areas which include the Tokai and Boso gaps [OGATA (1992)]. On the other hand, a few authors recently showed a very significant quiescence for the last 20 years since early or mid 1970's in the seismicity of certain areas in or around Tokai region. However, it turns out that these quiescence are seeming ones owing to magnitude shifts which took place during 1975-76. The magnitudes below M_j 5.0 are substantially underestimated after the period. This shift is found and estimated by a statistical comparison of magnitudes between the JMA and USGS catalogs. Nevertheless, the recent seismicity with level of $M_j \geq 5.5$ in a very wide region including central and western Japan shows a significant relative quiescence since 1992, which may be related to the 1995 Kobe Earthquake of M_j 7.2 but seems to be further extended to late 1996 when many M 6 class events successively occurred about the boundaries of the quiet region within a half year span.

Key words: Aftershocks, Great earthquakes, Relative quiescence, Statistical point-process models, Tokai and Boso seismic gaps.

§ 1. はじめに

大地震の前にある期間、震源域付近の地震活動が低下し、震央分布図に空白域が認められた例は 1952 年十勝沖地震や 1964 年新潟地震について井上 (1965) が報告して以来、Mogi (1969), OHTAKE *et al.* (1977), 宇津 (1968) など多数の例が報告されており、1979 年までの研究は大竹 (1980) で解説されている。しかし空白域は期間やマグニチュードの下限などに依存してはっきりしないことが多い。たとえば微小地震の震源データで北海道近辺を調べた本谷 (1984) の結果では空白域が明確でなくとも、空間要素を重ねた時間軸上では静穏化ははっきりしている。

かくして、井上が述べているように、震源域の数倍以上の地域で現れるという静穏化は来るべき地震の場所を特定しないが、比較的好く見られる前兆現象として多くの報告がある。

§ 2. 除群データの静穏化解析

しかし、それまでの報告の多くが定性的な研究であったため、LOMNITZ (1982) や LOMNITZ and NAVA (1983) は、空白や静穏化は単にその地域の余震活動の減衰した結果を示す以外の何物でもないという批判をしている。こうした批判もあって静穏化現象の統計的有意性を見積もりが試みられた [例えば、HABERMANN (1988), MATTHEWS and REASENBERG (1988), REASENBERG and MAT-

* 〒106-8569 東京都港区南麻布 4-6-7

THEWS (1988), WYSS and HABERMANN (1988) などの前兆的静穏現象特集号参照]. しかし, 地震の成群性 (clustering) によって, そのまま既成の統計的検定法を適用するのは困難であったため, これらは除群化 (declustering) によって, いわゆる常時地震活動 (background seismicity) を作成し, それを解析している. 順調な常時地震活動としては定常ポアソン過程 (一様にランダムな系列) を想定しており, もし或る期間で発生率が有意に低ければこれを静穏期と考えている.

これまで多くの研究者が微小地震などの除群データを解析して精力的に予測を試みている. 予測が当たった例 [例えば, KISSLINGER (1988)] もあるがそうでない例も多くあり, 手法として未だ確固とした評価が定まっていない. データの不均質性や行き過ぎた除群によって見かけの静穏現象が生じる可能性もある. 例えば, MATTHEWS and REASENBERG (1988) は, 日本周辺のデータ (JMA カタログ) の除群について, 余震が多すぎてうまくいかないと述べている.

定常ポアソン過程を想定した, 除群データの静穏化の検定法として HABERMANN (1988) や WYSS and HABERMANN (1988) は解析期間を任意の時点 (変化点候補) で前半・後半と二つに分け, 後半で有意に地震発生率が低くなっているかを調べるため, それぞれの平均発生率の差の検定量 (Z 統計量) を考え, 変化点候補を移動して Z 値のグラフを書きその有意性を見ている. 他方, MATTHEWS and REASENBERG (1988) は β 統計量と称して, 期間 $[t-\delta, t]$ に含まれる地震の平均発生率 $\beta(t, \delta)$ を t と δ の関数として等高線図を描き静穏期間を探し, その有意性を見ている.

彼らは同じ地域のデータ (サンアンドレアス断層沿いの幾つかの特定地域の微小地震活動など) の解析をしているが, 静穏期の有無や有意性について異なった結果が出て, これが論争になっている. これは, 検定法と有意水準の違いの問題もあるが, 異なった除群法による異なった常時地震活動をみていることのほうが大きいと思う. 実際, 除群法は大きく分けて, ウィンドウ法やリンク法など, 出版されている論文だけでも 22 通りもの異なったアルゴリズムがある [宇津, 私信 (1997)]. 異なった除群法が安定して同じ結果をたさないのであるなら, まず除群の良し悪しの客観的な評価から始めなければならない. いずれにしても, 様々な除群データを数多く吟味し経験を積む必要がある.

除群しても, しなくても, 地震活動には長い時間にわたる逆べきの自己相関 (長記憶性) がみられる KAGAN and JACKSON (1991) [尾形 (1987), OGATA (1988), OGATA and ABE (1991)]. 結局, 除群をしたりマグニ

チュード・シフトを想定して「修正」を施しても [PACHECO and SYKES (1992), PEREZ and SCHOLZ (1984)], 定常ポアソン過程を作るのは無理である. 長記憶性をもつ時系列は顕著な長波長の変化や見かけのトレンドを示す性質があり, これも場合によっては見かけの静穏化になる. とくに要注意なのは, 長記憶性をもつデータでは, 上記の Z 統計量などの有意水準は従来の独立性に基づいたもの (すなわち定常ポアソン仮説) よりかなり厳しくなることである [OGATA and ABE (1991)].

§3. 統計モデルと相対的静穏化

そもそも除群はデータの大部分を捨てるので情報の損失である. そこで, 地震の群れを厄介物として取り除くのではなく, 余震が地震活動の基本的な情報である考え, 統計的モデルを構成して地震活動を解析するアプローチが考えられる. 一定の地域の地震活動の時間変化の標準モデルを同定し, このモデルを地震活動の第一近似と考え, これを物差しにして地震活動の変化を浮き彫りにすることをねらうものである.

OMORI (1894) の先駆的な研究以来わが国に於て余震統計は, MOGI (1967), 宇津・関 (1955), 宇津 (1957), UTSU (1961, 62, 69-72) などと, 独自に重要な経験則が積み重ねられてきた [詳しくは UTSU *et al.* (1995) による解説参照]. こうした研究成果を取り込んで, まず余震減衰の改良大森公式 (二次余震も含む) のパラメタが, 点過程の最尤法によって少数のデータからでも正確な推定ができ [OGATA (1983a, b)], 減衰公式に基づく時間変換 (付録 A4 参照) によって余震活動の順調な推移からのずれの微妙な変化が良く見えるようになった [OGATA and SHIMAZAKI (1984)].

その後, 点過程 ETAS モデル [Epidemic Type Aftershock Sequence model; OGATA (1983a, 85, 88, 89), 付録 A1 参照] が提案されたが, これは一定領域の地震活動を各地の本震-余震活動を重ねあわせたものとして表現したものである. 一つ一つの余震活動の規模は各地震のマグニチュードによって決まるので, ETAS モデルのパラメタの推定には地震の発生時刻のほかにマグニチュードのデータも必要となる. 地震活動のため昔からある点過程モデルとしてはトリガーモデル [UTSU (1972), VERE-JONES and DAVIES (1966)] があるが, これは最尤法による推定ができない.

こうして, 地震活動のパターンを ETAS モデルによって捉え, その量的変化を予測し実際のものと比較することができる. 例えば, 岡田 (1978) は 1968 年十勝沖地震などの東北・北海道沖の 2~3 の巨大地震の前の有感地震の活動低下を地震数の累積図に直観的な予測トレ

ンドを加筆することによって示しているが、もしマグニチュード・データがあれば ETAS モデルを当てはめることによって予測発生率の積分（期待累積地震数：付録 A4 参照）の時間的推移と実際の地震発生率の累積図との比較をすることで同様のことを客観的に示すことができる [例えば、Utsu *et al.* (1995) の Fig. 4 または Utsu and OGATA (1997) の PC 用プログラム ETASX のグラフ参照]。このように順調な地震活動の第一次近似としての ETAS と実際の地震活動との違いを測ることによって異常現象を際立たせることができる。

特に予測発生率より地震数が有意に下回っている場合が大地震の前兆現象として注目される。本稿を通してそのような静穏化現象を、通常の意味での（絶対的）静穏化現象と区別して、**相対的静穏化現象**（付録 A4 参照）と呼ぶことにする。相対的静穏化現象は活発な地震活動中でも考えられる。また、ずいぶん長い間地震が無くとも、それが ETAS モデルで予測される活動度に見合っていれば相対的静穏化現象とはならないのである。

実際に静穏化を測ったりその有意性を議論したりするには AIC によるモデル比較や次のような統計的方法が効果的である。これは本論文の付録 A4 で解説するが、要するに、もし地震活動が完全に ETAS モデルにもとづいて推移していると仮定すると、その発生強度（予測発生率＝活動度）の高低によって通常の時間を伸縮した変換時刻は定常ポアソン過程（すなわち様にランダムな系列）になるということである。実際の地震系列をこの様にして変換したものを残差点過程（付録 A4 参照）と呼ぶが、これは必ずしも定常ポアソン過程にならない。これが様なランダム系列とどの様に違っているのかをみることによって、その地域の標準的な地震活動からのずれを調べるのである。

例えば、OGATA (1985, 1988) が宇津カタログ [宇津 (1982, 1985)] の 1885～1980 年のデータ ($M \geq 6.0$) で東日本太平洋沖合について解析したときの残差時系列（付録 A4 参照）によると、1938 年は予測発生率に比べて地震が異常に多く発生している。これは、東日本太平洋沖合領域全体の地震活動に当てはめた ETAS のパラメタが 1938 年の福島県沖の大きな群発地震の活動パタンのパラメタと大きく違っていることを示している [ABE (1977)]。さらに、同じ残差時系列によると ETAS の予測に比べて地震数がかかなり少ない期間が 5 回あるが、いずれも回復途上 1 年以内に $M 7.4$ 以上の大地震 [1897 年宮城県沖 ($M 7.7$), 1905 年福島県沖 ($M 7.8$), 52 年十勝沖 ($M 8.2$), 68 年十勝沖 ($M 7.9$) および 78 年宮城県沖 ($M 7.4$)] が起きている。相対的静穏期終了直後の 1 年以内に $M 7.4$ 以上の地震が発生するという組合

せの確率を、偶然の一致であるとして見積もるとかなり小さく、これは相対的静穏化を前兆異常として考えた方がよい。

以上の方法は MATSU'URA (1986) によって大地震の余震系列に応用され、顕著な二次余震をトリガーするような大きな余震の前に相対的静穏化がみられることを示した [他に松浦・他 (1995), ZAO *et al.* (1989), など参照]。その際使用されたモデルは二次余震も考慮した改良大森公式で、データは震源時刻のみのものであるが、第 2 種群発型 [Utsu (1970)] のように複雑な余震活動を解析する ETAS モデルをあてはめるにはマグニチュードのデータが必要である [Guo and OGATA (1997), OGATA (1989)]。

§ 4. 巨大地震に先行する相対的静穏化

地震予知に関する Ewing シンポジウムの報告集で空白や静穏化現象を論じたものは少なくない。例えば、KANAMORI (1981) はアリューシャン、クリル列島沿いやメキシコなどの地震活動を時空間分布でプロットし、巨大地震前の空白や静穏化について議論している。これに対し、本稿の冒頭に述べた LOMNITZ (1982) や LOMNITZ and NAVA (1983) の批判というのはこうである。本震をランダムに幾つか発生させ、これらに余震の群を付け加えるだけの簡単なモデル（トリガー点過程モデル）によってシミュレーションしたとき時空間分布に見かけの空白や静穏化がみられるとして、いわゆる空白や静穏化現象は単にその地域の余震活動の減衰の結果を示すものであって、予知のための前兆としての積極的な意義をもたないというのである。たしかに、定常ポアソン過程（平面上または時間軸上）のシミュレーションでも、見かけの空白や静穏化が容易に見られる。このことから要は所与の静穏期の長さや静かさの規模がどのくらい稀かということを見積もる必要があるということである。1.1 節で述べたようにポアソン過程の仮定のもとでの確率評価は容易であるが、実際にはそのために除群がなされており、その問題点も述べた。

ETAS モデルは余震の減衰を組み込みこんだモデルであり、これによる予測発生率と実際の地震の発生頻度の違いを測ることによって異常現象を際立たせるねらいがあることは前節で述べた。しかし、実際にこれを測ったり有意性を議論したりするには、まず地震活動が或る時点を経に前後の期間で変化しているか否かという問題を AIC によるモデル選択によって決める。ここで、変化点候補をデータを見て決めた場合の AIC のペナルティは前期・後期の 2 つのモデル分を合わせたパラメタ数だけでなく全期間の地震数にも依存するので注意を要す

Fig. 1. Diagrams of cumulative numbers and magnitudes of earthquakes with $m_b \geq 6.0$ and depth ≤ 100 km in the region $40-80^\circ\text{N}$ and $170^\circ\text{E}-160^\circ\text{W}$ versus time from 1957 (the year of Aleutian earthquake of M_w 9.1) through 1965 (the year of Central Aleutian earthquake of M_w 8.7): (a) ordinary and (b) transformed times. The marks on the time axes indicate the beginning of each year. Vertical dotted line indicates the onset time of the quiescence, and arrow indicates the occurrence time (Feb. 3, 1965) of the Central Aleutian earthquake. Here, the ETAS model is fitted for the events until the onset time, and its cumulative curve of the residual process is extrapolated to the end of the whole period.

る(付録 A3 参照). かくして地震活動に変化が認められた場合, 前半期に於いて推定されたモデルによる発生予測数に比べて後半期の実際の地震数が有意に少ない場合, 後半期が相対的静穏期として注目される.

Fig. 1 は 1957 年アリューシャン地震(M_w 9.1)以降の広域の浅発($d \leq 100$ km)の地震活動を示したもので直後数年間の大部分は余震と考えられる. 6 年後に m_b 6.0 以上の地震が全く無い時期が 2 年弱続いて, 1965 年中央アリューシャン地震(M_w 8.7)が起きた. この静穏な期間を余震活動の衰えからくものと見るか, それとも前兆異常と見るかは大変興味のある問題である. この場合は, 上記の AIC を用いた変化点解析と残差過程の検定により後者が支持される. この他の 1960 年以降の世界の M 9 クラス巨大地震に先行する相対的静穏期も認められた [OGATA (1992)].

日本付近全体の長期間にわたる地震活動については, データの均質性が保持できる下限マグニチュード (M 5.3 前後) 以上の地震は巨大地震の余震でも多くない. しかし, もし井上 (1965) で述べられているように震源

域の数倍以上の範囲で静穏化がみられるのならば, M 8 クラスの巨大地震については, 相当広い地域から地震を集めれば ETAS の解析に十分な数となり, 相対的静穏化が検出されるに違いないと考えた. 日本列島付近の今世紀に発生した M 8 クラスの巨大地震 (1923 年関東, 33 年三陸沖, 38 年福島県沖群発, 44 年東南海, 46 年南海道, 52 年十勝沖, 53 年房総沖, 68 年十勝沖地震) の前の広領域の地震活動をみると相対的静穏期が認められる [OGATA (1992)].

例えば Fig. 2 は宇津 (1981) の関東・中部地方の地震カタログ (1904~25 年, $M \geq 5.4$) 全領域で深さ 100 km 以浅の 1904 年から 1923 年までの地震の ETAS による変換時刻 (残差時刻) についての M - T 図および地震数累積図が示されている. 1916 年に活動の変化が認められ, ここから地震累積数が予測累積数 A_i (付録 A4 参照) の推移より有意に下回っていることが分かる. 対応するように残差時系列も平均以下の偏差が暫く続いている. このような相対的静穏期が 5 年程続き, 地震発生数の回復途上一年半ほどで関東地震が起きたことが見ら

Fig. 2. Diagrams of cumulative number and magnitudes of earthquakes with $M \geq 5.4$ and depth ≤ 100 km in the region in $32\text{--}38^\circ\text{N}$ and $136\text{--}144^\circ\text{E}$ versus the transformed time from 1904 till September 1, 1923 when Kanto earthquake ($M 7.9$) took place (the vertical dotted line). The vertical segments on the cumulative lines indicate the estimated onset and termination times of relative quiescence. The marks on the time axes indicate the beginning of each year. The residual time series (RTS) $\xi_h(\tau)$ in the figure show numbers of the residual events in the interval $[\tau - h, \tau]$ at the transformed time τ with $h = 8$. The horizontal dotted lines indicate the average $\mu = h$ and $\pm k\sigma$ with $k = 1, 2, 3$, where σ is the standard deviation such that $\sigma^2 = h$, assuming that the residual events are from the standard Poisson process.

Fig. 3. Diagrams of cumulative number and magnitudes of earthquakes with $M_j \geq 6.0$ and depth ≤ 100 km in the region in $41\text{--}46^\circ\text{N}$ and $141\text{--}151^\circ\text{E}$ versus transformed time from 1926 through February 1997. The arrows indicate the earthquakes of $M_j 8.3$ at off east coast of Hokkaido and of $M_w 7.9$ at off Iltutup. The vertical dotted line indicates the estimated onset time of relative quiescence. Residual events and RTS are made by the similar way to Figs. 1b and 2, respectively.

しに起きる巨大地震 ($M \geq 7.8$) が見当たらないとすれば、単一の ETAS とおりに順調な地震活動が続いている地域内では、将来 2~3 年以内に巨大地震が差し迫っている可能性が通常の平均確率よりもかなり低いと考えて良いのではないかとすることである。

れる。ここで相対的静穏化が見られたのは、この期間に比較的大型の地震が数多く起きているのに見合う十分な数の余震が無かったためである。また Fig. 3 には最近の巨大地震の例として 1994 年北海道東方沖地震 ($M_j 8.3$) の場合を示してあるが、16 年程の明瞭な (相対的) 静穏期が認められる [尾形 (1995)]。同じ領域内で、その後一年も経たないうちに $M 8$ クラスの 1995 年択捉沖地震が起きている。

以上の結果を大竹 (1993) に従ってまとめると、本震から相対的静穏化開始までの先行期間は数年から十数年にわたり、先行期間の対数と本震のマグニチュードにはほぼ正の相関が見られる。とくに $M 7.9$ 以上の地震の静穏先行は、1933 年三陸沖地震 (約 1 年半) を例外として、4~16 年であり、最頻値は 6~7 年である。このことは、巨大地震が差し迫っている可能性は低いと考えて良いか否かの評価 (逆予知, anti-prediction) についての示唆をあたえる。すなわち、もし相対的静穏化の先行無

§5. 東海地域と周辺の地震活動

たとえば、関東地震、東南海、南海道地震や 1953 年房総沖地震前の静穏化を調べたこれらの領域 ($32^\circ \sim 38^\circ\text{N}$, $136^\circ \sim 144^\circ\text{E}$, $M \geq 5.4$ および $30^\circ \sim 38^\circ\text{N}$, $128^\circ \sim 145^\circ\text{E}$, $d \leq 100$ km, $M \geq 5.2$) には $M 8$ クラスの房総沖や東海地域の空白域を含んでいた。そこで、1990 年 6 月までの地震活動を調べてみたが、そのような現象は認められなかった [OGATA (1992), Figs. 9 and 11]。これは東海地震が「何時起きても不思議でない」ことより「当面の数年以内には起きにくい」ことのほうが確からしいことを意味していた。実際、その後 7 年はこの地域内に $M 8$ クラスの地震は起きなかったわけで、その意味では逆予知は当たっている。

ところが、昨年の東海地震特集号に、想定震源域を含む特定領域や広領域で 20 年以上前から静穏期が続いているのではないかと解釈できるような気懸りな論文がみられた。その一つは宇津 (1996a) によるもので、上記

Fig. 4. Figure after Ursu (1996). Diagrams of cumulative number and magnitudes of earthquakes with $M_f \geq 4.5$ and depth ≤ 50 km in the region in $33\text{--}37^\circ\text{N}$ and $136\text{--}141^\circ\text{E}$ versus the transformed time from 1926 through July 1995. The vertical dotted line indicates the suspected onset time (1976) of relative quiescence. Residual events and RTS with $k=8$ are made by the similar way to Figs. 1b and 2, respectively. The arrow indicates 1961 Kitamino earthquake of $M_f 7.0$, and the following highest peak of RTS corresponds to the Matsushiro swarm.

の領域よりすこし狭い東海地震の想定震源域を中心とした広領域 ($136^\circ\sim 141^\circ\text{E}$, $33^\circ\sim 37^\circ\text{N}$) の浅い地震 ($M_f \geq 4.5$, $d \leq 50$ km) の1926年1月~95年7月のJMAデータにETASモデルを当てはめている。Fig. 4は残差時刻の累積関数、 $M-T$ 図および残差時系列であるが、残差時系列が1976年頃から顕著に低下していることがみられる。これについて宇津は次のように述べている。すなわち、1926年からの全期間を通じて発生率減少のトレンドが見られ、それを考慮すると1976年以降の静穏化はそれほど目立たないこと、長期間の減少トレンドについては気象庁カタログのマグニチュードの安定性が気かりであるか、その解析は難問であるという。しかし、Fig. 4の残差時系列が1956~60の5年間はほど減少し、10前後に停滞している部分をトレンドの一環とみるか、または1961年北米濃地震 ($M 7.0$, 矢印) に先行する静穏化と考えるか解釈の余地があり、仮に後者を取るとすれば1975~6年以後の変化は相対的静穏化としてはかなり顕著である。

さらに同じ特集号で内池 (1996) は、1926~95年の浅い地震 ($M_f \geq 4.5$, $d \leq 60$ km) で、茂木 (1986) によって指摘された空白域内の地震活動について、1973年以降の静穏期が24年経過して依然として続いており、例を見

Fig. 5. Seismicity data discussed in UCHIKE (1996). Diagrams of cumulative number and magnitudes of earthquakes with $M_f \geq 4.5$ and depth ≤ 60 km versus transformed time in the seismicity gap region indicated by Mogi (1986, 87) which includes the aftershock region of 1944 Tonankai earthquake ($M_f 7.9$) and the focal region of expected Tokai earthquake. Residual events are made by the similar way to Fig. 1b.

ない長さに達していると述べている。大竹 (1980) の図23によると $M 8.0$ の地震の前の (絶対的) 静穏期間の長さは5~30年の範囲にあるので本物なら大変気がかりである。同領域の地震系列についてETASモデルで解析してみると、領域の境界の選び方によって有意性が異なってくるが、Fig. 5に示すように相対的静穏化は極めて有意である。同領域は茂木 (1986) が1973~86年の震央分布を見て設定した空白域ではあるものの、1944年東南海地震 ($M_f 7.9$) の全余震域も含むかたちになっている。もしこの変化がカタログの不均質によるものでなければ、これは東南海地震の余震活動の減衰のみでは説明のできない相当顕著な低下で、Fig. 1に示したアリウシャン地域の例より異常なケースではないかと考えられる。

しかし、長期にわたる顕著な相対的静穏化を示唆するこれらの結果と先に述べた筆者自身の解析結果 [OGATA (1992)] との整合性を、どのように考えたらよいのだろうか。いずれも気象庁の震源カタログを使用しているが、大きな違いといえばデータの下限マグニチュードで、前者は $M_f 5.4$ と 5.2 、後者2例は $M_f 4.5$ である。

それゆえ、気象庁マグニチュード (M_f) を、USGSのカタログの実体波マグニチュード (m_b) と対比させて、そ

Fig. 6. Change of relation between JMA and USGS magnitudes in time based on all common shallow earthquakes with depth ≤ 100 km for 1963–89. Magnitude difference $M_J - m_b$ versus period for each magnitude band of M_J . Curves indicate the local means. Curves are cross-sections of the estimated smooth function of M_J and period. A drastic change is seen around 1975–76.

の時間変化を解析してみた。1963年から89年を通して深さ100 km以下浅の両カタログに含まれている全ての地震についてマグニチュード差 $M_J - m_b$ を M_J と時間(年)の関数として2次元スプライン曲面への回帰をABIC平滑化法[例えば、村田(1990)]であてはめ最適解を求めたところ、1975～6年を境にそのボタンが劇的に変わっていることが判明した。Fig. 6は推定されたスプライン曲面を各 M_J での断面における曲線と断面周辺の $M_J - m_b$ 対時間(年)のプロットである。 $M_J 5.0$ 以下で1975～6年を境に顕著なジャンプが見られる。ここ

Fig. 7. Diagrams of the residual events and RTS ($h=8$), in contrast to Fig. 4, using the USGS data with $m_b \geq 4.4$ and depth ≤ 100 km in the same region as Fig. 4 and for the time span from 1963 through 1995. The ETAS model was fitted the events for this span but including the history of events for 1926–62 regardless of the homogeneity.

では割愛するが各時間(年)での切断面で見た $M_J - m_b$ 対 M_J の曲線と分布を見ると1965年まで $M_J - m_b$ が、一律に0.1前後に分布していたものが、それ以降は M_J について左肩下りのボタンになっている。もしUSGSカタログのマグニチュード評価に変化がないとすれば、1976年以降、例えば $M_J 3.5 \sim 4.5$ の地震が、それまでに比べて平均0.4前後過小評価されているということになる。この原因について思い当たることは、この変化の時期までに全国に配置された速度型地震計の記録からマグニチュードを算出する方式(EMT公式)と従来からの変位型地震計のための坪井公式とがうまく調和していないことである[石川(1987)、吉岡・飯尾(1988)]。

さて、この M_J の過小評価を統計的に考えたとき、この空白領域で1976年以降 $M_J \geq 4.5$ の地震が多数あっても良いことになる。このことは、問題領域内の地震について変位型地震計のみによって決めたマグニチュードの平均値を見れば判明するのだが、USGSカタログ(PDE)では1975年以降の $m_b \geq 4.4$ (75年までの $M_J 4.5$ に対応)の地震がこの空白領域に10～20個ほど含まれている。ところで、このマグニチュード・シフトは日本付近全域にわたるものなので、茂木(1986)の指摘した領域では周りの活動度に比べて低くなっていることは確かであろう。これは東南海地震の余震活動が減衰して域内の活動が1973年頃に周囲より下回ったものとも考えることもできる。しかし、これが必ずしも相対的静穏化とはならないことは前述の通りである。

Fig. 7 は Fig. 4 の解析と同じ領域に含まれる、深さ 100 km 以浅の、1963 年から 95 年までの USGS データ ($m_b \geq 4.4$) を使った解析結果である。この残差時系列には 1975 年以降も減少傾向は認められないし、有意な変化点が無いことも分かる ($m_b > 4.5$ でも同様)。以上のことから、 $M_f 4.5$ を下限とする地震活動には 70 年代からの長きにわたる相対的静穏化は無いと考える。

§ 6. 最近の相対的静穏化について

しかし、あらゆる下限マグニチュードで同一の結果が出るとは限らない。例えば、 $M_f \geq 5.5$ の場合、前述のようなマグニチュード・シフトは顕著では無くほぼ均質なデータと思われるが、Figs. 4 と 7 の解析と同じ領域 $136 \sim 141^\circ\text{E}$, $33^\circ \sim 37^\circ\text{N}$ ($d \leq 100$ km) で 97 年 2 月までここ 4~5 年に浅い地震が 1 個しか発生していない

Fig. 8. Epicenter distribution of earthquakes with $M_f \geq 5.5$ and depth ≤ 100 km for the periods (a) from 1926 to May 11, 1922, (b) from May 12, 1922 to January 16, 1925, and (c) from January 17, 1925 (the day of Kobe earthquake) through July 1927.

し、相対的静穏化としても有意である。すでに宇津 (1996b) が同地域において $M 5.4$ 以上で深さ $d \leq 100$ km の地震で 1885 年から 1925 年 9 月までのデータを ETAS で解析しているの、ここでの図は省略するが、その残差時系列は宇津の第 2 図と当然ながらきわめて似ている。特に 1921~1925 年の相対的静穏期 (宇津の図ではトラフ K) が注目される。

しかし、この領域より広い、OGATA (1992) の Fig. 9 の領域 $32^\circ \sim 38^\circ\text{N}$, $136^\circ \sim 144^\circ\text{E}$, および本稿 Fig. 8 の領域 $30^\circ \sim 38^\circ\text{N}$, $128^\circ \sim 145^\circ\text{E}$ については調査期間末 (1927 年 7 月, 3~7 月は暫定資料) に至るまで相対的静穏化が見られない。これは、1922 年から 1925 年まで $M \geq 5.5$ の地震 (20 個強) が、Fig. 8b に示されているように、ほとんど福島・茨城県沖および太平洋プレートの沈み込むトレンチ (東経 142 度付近) に沿って直線状に並んでプレート境界付近に集中していたからである。この事から静穏化の起因は房総沖というよりは西方にあると考えてみた。実際、これは 1925 年兵庫県南部地震 ($M_f 7.2$) に先行する静穏化とも考えられる。3 年程度の静穏期先行は $M 7.2$ の地震と対応してもおかしくない [大竹 (1980, 1993)]。そのように見直すと、Fig. 8b に見られるように同期間には他に日向灘南部と能登沖・東北南部 ($37^\circ \sim 38^\circ\text{N}$) にそれぞれ数個づつの地震が見られ、兵庫県南部地震を遠巻きに囲む、いわゆるドーナツ・パターン

Fig. 9. Diagrams of cumulative number and magnitudes of earthquakes with $M_f \geq 5.5$ and depth ≤ 100 km in the region in $32 \sim 37^\circ\text{N}$ and $128 \sim 141^\circ\text{E}$ versus the transformed time from 1926 through May 1927. Residual events and RTS with $h=8$ are made by the similar way to Figs. 1b and 2, respectively. The vertical dotted line indicates the estimated onset time of the relative quiescence.

Fig. 10. (a) Diagrams of cumulative number and magnitudes of earthquakes with $M_j \geq 5.2$ and depth ≤ 100 km in the region in $30\sim 38^\circ\text{N}$ and $128\sim 144^\circ\text{E}$ versus the transformed time from 1926 through July 1997. Residual events and RTS with $h=8$ are made by the similar way to Figs. 1b and 2, respectively. The estimated change point (the vertical dotted line) is at 17th January 1995 (the end of the day of Kobe earthquake). (b) Magnified diagrams for the period from 1987 through July 1997.

のように見える。そこで、宇津 (1996b) の領域を南方と西方に広げて、調査領域を $128\sim 141^\circ\text{E}$, $32\sim 37^\circ\text{N}$ ($d \leq 100$ km) について解析してみた。Fig. 9 には残差時刻についての $M-T$ 図および累積地震数の図が示されている。AIC 比較 (付録 A3 参照) によると、兵庫県南部地震までの静穏化は明確に有意である。

しかし、依然として静穏期がすくなくとも 1997 年 2 月末まで継続している模様で、これは $M \geq 5$ の余震が少ないためであろう。時空間的には、兵庫県南部地震までの静穏期のドーナツ・パターンがその後 Fig. 8c に示すように解析領域内に浸透しているように見え、1997 年 3

Fig. 11. Epicenter distribution of earthquakes with $M_j \geq 5.2$ and depth ≤ 100 km for the periods (a) from 1926 to February 18, 1995, (b) from February 19, 1995 to September 4, 1996, and (c) from September 5, 1996 through July 1997.

月には伊豆東方沖と静岡県西部に M_j 5.7 と 5.6 の地震が、6 月には山形県北部に M_j 5.9 が発生している。日向灘沖の双子の地震 (M 6.6) など上記に解析の広領域境界付近の各所で 7 個前後の M 6 以上の地震が 1996 年の後半に半年ぐらいでまとまって発生しており、それらの地震に先行する各地域の静穏化が重なって広域で見られたものとも解釈できる。実際、Fig. 10a (10b は拡大図) は更に広い領域 $128^\circ\sim 144^\circ\text{E}$, $30^\circ\sim 38^\circ\text{N}$ ($d \leq 100$ km) での M 5.2 以上の地震を解析したものである。このデータの震央図は Fig. 11 に含まれている。AIC 比較 (付録 A3, A4) によると兵庫県南部地震以後の静穏化は極めて有意である。Fig. 11b は相対的静穏期の震央図である。同様な静穏化は下限マグニチュードを M_j 4.2~5.4 のいずれでも安定して見られる。Fig. 10a (10b は拡大図) の残差時系列によると、静穏期は約 1 年半で、

1997年8月現在では平均的な活動レベルまで回復してきている様である。Fig. 11cは回復期の震央図をしめしている。しかし、回復途上で更に大きな規模の地震の発生の可能性も否定できず、今後1~2年の経過を注目したい。

§7. 附 記

これまで見たように、巨大地震に関わる静穏化は長期にわたるデータの均質性を保持するために、広領域にわたって M 5.3 前後以上の中地震を使って調べた。しかし、下限マグニチュードが下がるにしたがって解析は難しくなる。データが増えると地震活動のパターンの多様性が強まり、地域内の地震活動を単一の ETAS パラメータ (μ, K, c, α, p) によって適切に表現できない場合が多くなるからである。かくして地震活動の地域的な多様性をどのように取り扱うかという課題がある。この様な困難からの出口として現在検討を進めているのが、ETAS を基本にした、大量のパラメータを使うベイズ型統計モデルである。

本稿に使った ETAS モデルによる地震活動の同定、残差時系列などを含む、統計的方法の PC 用計算プログラムは、IASPEI の Software Library として出版されている [UTSU and OGATA (1997)]。

謝 辞

統計数理研究所の桂 康一氏には本稿の必要な図の作成について寛大な援助を頂きました。気象庁や USGS 地震カタログの予備調査の際、地震活動可視化プログラム SEIS-PC [石川・他 (1985)] や TSEIS [鶴岡 (1995)] を使用しました。宇津徳治先生には本稿に関わる話題で有益なコメントをいただきました。京都大学の尾池和夫先生と匿名の査読者には本稿の改善に関して有用なコメントを頂きました。

文 献

ABE, K., 1977, Tectonic implications of the Shioyaki earthquakes of 1938, *Tectonophysics*, **41**, 269-289.
 AKAIKE, H., 1974, A new look at the statistical model identification, *IEEE Trans. Autom. Control*, **19**, 716-723.
 GUO, Z. and Y. OGATA, 1997, Statistical relations between the parameters of aftershocks in time, space and magnitude, *J. Geophys. Res.*, **102**, B2, 2857-2873.
 HABERMANN, R. E., 1988, Precursory seismic quiescence-past, present, and future, *Pure Appl. Geophys.*, **126**, 279-318.

井上宇胤, 1965, 新潟地震前における震央付近及び隣接地域の地震活動について, *験震時報*, **29**, 139-144.
 石川有三, 1987, 気象庁震源データの変遷とその問題点, *験震時報*, **51**, 47-56.
 石川有三・松村一男・横山博文・松本英照, 1985, SEIS-PC の開発一概要, *情報地質*, No. 10, 19-34.
 KAGAN, Y. Y. and D. D. JACKSON, 1991, Long-term earthquake clustering, *Geophys. J. Int.*, **104**, 117-133.
 KANAMORI, H., 1981, The nature of seismicity patterns before earthquakes, in *Earthquake Prediction* (Maurice Ewing Series, 4), eds. by D. W. Simpson and P. G. Richards, American Geophysical Union, Washington D. C., 1-19.
 KISSLINGER, C., 1988, An experiment in earthquake prediction and the 7 May 1986 Andean Islands earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **78**, 218-229.
 LOMNITZ, C., 1982, What is a Gap?, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **72**, 1411-1413.
 LOMNITZ, C. and F. A. NAVA, 1983, The predictive value of seismic gaps, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, 1815-1824.
 MATSUURA, R. S., 1986, Precursory quiescence and recovery of aftershock activities before some aftershocks, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **61**, 1-65.
 松浦律子・平田 直・卜部 卓, 1995, 兵庫県南部地震の余震活動度の準リアルタイム監視—1月25日23時16分 M 4.7 余震の事前予測, *地震予知連絡会会報*, **54**, 600-607, 建設省国土地理院.
 MATTHEWS, M. V. and P. A. REASENBERG, 1988, Statistical methods for investigating quiescence and other temporal seismicity patterns, *Pure Appl. Geophys.*, **126**, 357-372.
 MOGI, K., 1967, Regional variation of aftershock activity, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **45**, 711-726.
 MOGI, K., 1969, Some features of recent seismic activity in and near Japan (2), Activity before and after great earthquakes, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **47**, 395-417.
 茂木清夫, 1986, 東海地方の近年の地震活動 (2), 地震予知連絡会会報, **35**, 272-277.
 本谷義信, 1984, 北海道とその周辺の地震活動—地震予知に関連して—, 博士学位論文, 北海道大学理学部地球物理学科.
 村田泰章, 1990, ABIC 最小化法によるブーゲ密度の推定, *地震*, **2**, 43, 327-339.
 大竹政和, 1980, 地震空白域にもとづく地震予知, 国立防災科学技術センター研究報告, **23**, 65-110.
 大竹政和, 1993, 空白域に地震が起こるか, *地震ジャーナル*, **15**, 12-19.
 OHTAKE, M., T. MATSUMOTO and G. LATHAM, 1977, Seismicity gap near Oaxaca, southern Mexico as a probable precursor to a earthquake, *Pure Appl. Geophys.*, **115**, 375-385.
 OGATA, Y., 1981, On Lewis' simulation method for

- point processes, *IEEE Trans. Inform. Theory*, **IT-30**, 23–31.
- OGATA, Y., 1983a, Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock frequencies by the maximum likelihood procedure, *J. Phys. Earth*, **31**, 115–124.
- OGATA, Y., 1983b, Likelihood analysis of point processes and its application to seismological data, *Bull. Int. Statist. Inst.*, **50**, 943–961.
- OGATA, Y., 1985, Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes, *Research Memo. (Technical report)*, No. 288, *Inst. Statist. Math.*, Tokyo.
- 尾形良彦, 1987, 地震活動の長記憶性と標準統計モデル, *数理地震学 II (統計数理研究所共同研究リポート 3)*, 斉藤正徳編, 115–124.
- OGATA, Y., 1988, Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes, *J. Am. Statist. Assoc.*, **83**, 401, 9–27.
- OGATA, Y., 1989, Statistical model for standard seismicity and detection of anomalies by residual analysis, *Tectonophysics*, **169**, 159–174.
- OGATA, Y., 1992, Detection of precursory relative quiescence before great earthquakes through a statistical model, *J. Geophys. Res.*, **97**, 19,845–19,871.
- 尾形良彦, 1995, 地震活動の統計学, *数理科学*, No. 389, 13–20, サイエンス社, 東京.
- OGATA, Y. and K. ABE, 1991, Some statistical features of the long-term variation of the global and regional seismic activity, *Int. Statist. Rev.*, **59**, 139–161.
- OGATA, Y., H. AKAIKE and K. KATSURA, 1982, The application of linear intensity models to the investigation of causal relations between a point process and another stochastic process, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **34B**, 373–387.
- OGATA, Y. and K. KATSURA, 1986, Point process model with linearly parameterized intensity for the application to earthquake data, *J. Appl. Probab.*, **23A**, 291–310.
- OGATA, Y. and K. SHIMAZAKI, 1984, Transition from aftershock to normal activity—the 1965 Rat Islands earthquake aftershock sequence, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **74**, 1757–1765.
- 岡田 弘, 1978, 巨大地震発生に先立つ定常地震活動の低下—離れた大地震でトリガーされた例—, *北大地球物理報告*, **37**, 43–51.
- OMORI, F., 1894, On the aftershocks of earthquake, *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo*, **7**, 111–200.
- PACHECO, J. F. and L. R. SYKES, 1992, Seismic moment catalog of shallow earthquakes, 1900 to 1989, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **82**, 1306–1349.
- PAPANGELOU, F., 1972, Integrability of expected increments of point processes and related random change of scale, *Trans. Am. Math. Soc.*, **165**, 483–506.
- PEREZ, O. and C. SCHOLZ, 1984, Heterogeneity of the instrumental seismicity catalog (1904–1980) for strong shallow earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **74**, 669–686.
- REASENBERG, P. A. and M. V. MATTHEWS, 1988, Precursory seismic quiescence—a preliminary assessment of the hypothesis, *Pure Appl. Geophys.*, **126**, 373–406.
- 鶴岡 弘, 1995, WSにおける地震活動解析ソフトの開発, *地球惑星科学関連学会 1995 年合同大会予稿集*, 649.
- 内池浩生, 1996, 東海地域における最近の地震活動, *月刊地球*, 「東海地震」とその予知問題特集, 号外 **14**, 54–62.
- 宇津徳治, 1957, 地震のマグニチュードと余震の起こり方, *地震*, **2**, **10**, 35–45.
- UTSU, T., 1961, A statistical study on the occurrence of aftershocks, *Geophys. Mag.*, **30**, 521–605.
- UTSU, T., 1962, On the nature of three Alaskan aftershock sequences, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **52**, 279–297.
- 宇津徳治, 1968, 北海道およびその周辺の地震活動, *北海道大学地球物理学研究報告*, **20**, 51–75.
- UTSU, T., 1969, Aftershocks and earthquake statistics (I)—Some parameters which characterize an aftershock sequence and their interaction, *J. Faculty Sci., Hokkaido Univ.*, Ser. VII, **3**, 129–195.
- UTSU, T., 1970, Aftershocks and earthquake statistics (II)—Further investigation of aftershocks and other earthquakes sequence based on a new classification of earthquake sequences, *J. Faculty Sci., Hokkaido Univ.*, Ser. VII, **3**, 379–441.
- UTSU, T., 1971, Aftershocks and earthquake statistics (III)—Analyses of the distribution of earthquakes in magnitude, time, and space with special consideration to clustering characteristics to earthquake occurrence (1), *J. Faculty Sci., Hokkaido Univ.*, Ser. VII, **3**, 379–441.
- UTSU, T., 1972, Aftershocks and earthquake statistics (IV)—Analyses of the distribution of earthquakes in magnitude, time, and space with special consideration to clustering characteristics to earthquake occurrence (2), *J. Faculty Sci., Hokkaido Univ.*, Ser. VII, **3**, 379–441.
- 宇津徳治, 1981, 関東・中部地方およびその周辺の地震活 (1904 年～1925 年), *地震研究所彙報*, **56**, 111–117.
- 宇津徳治, 1982, 日本付近の $M 6.0$ 以上の地震および被害地震の表: 1885 年～1980 年, *地震研究所彙報*, **57**, 401–463.
- 宇津徳治, 1985, 日本付近の $M 6.0$ 以上の地震および被害地震の表: 1885 年～1980 年 (訂正と追加), *地震研究所彙報*, **60**, 639–642.
- 宇津徳治, 1996a, 東海地方と周辺の地震活動—東海地震との関連性—, *月刊地球*, 「東海地震」とその予知問題特集, 号外 **14**, 63–71.
- 宇津徳治, 1996b, 東海地域とその周辺の地震活動—ETAS モデルによる解析—, *地震予知連絡会会報*, **56**, 313–317.

- 宇津徳治・関 彰, 1955, 余震域の面積と本震のエネルギーとの関係, 地震 2, 7, 233-240.
- UTSU, T., Y. OGATA and R. S. MATSU'URA, 1995, The centenary of the Omori formula for a decay law of aftershock activity, J. Phys. Earth, 43, 1-33.
- UTSU, T. and Y. OGATA, 1997, Statistical analysis of seismicity, in "Algorithms for Earthquake Statistics and Prediction", IASPEI Software Library, 6, 13-94, International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior.
- VERE-JONES, D. and R. B. DAVIES, 1966, A statistical survey of earthquakes in the main seismic region of New Zealand, Part 2, Time series analyses, New Zealand J. Geology and Geophys., 9, 251-284.
- WYSS, M. and R. E. HABERMANN, 1988, Precursory seismic quiescence, Pure Appl. Geophys., 126, 319-332.
- 吉岡克平・飯尾能久, 1988, 1 Hz 速度型地震計に対するマグニチュードの式の再検討, 地震 2, 41, 437-441.
- ZAO, Z.-X., K. MATSUMURA and K. OIKE, 1989, Precursory change of aftershock activity before aftershock: a case study for recent earthquakes in China, J. Phys. Earth, 37, 155-177.

付録：統計的方法

本稿に関わる統計的モデルと手法を以下にまとめた。

A1. ETAS モデル

Epidemic Type Aftershock Sequence (ETAS) モデルは一定の地域のマグニチュード M_0 以上の地震の活動を表現する地震活動計測用の点過程モデルである。いわゆる常時活動として定数 μ の発生率で地震が生起するものとする。そして、いかなる地震（余震も含む）も直後から余震を引き起こすものであるが、データとしてはマグニチュード M_0 以上の地震しか考えていない。余震の減衰は改良大森公式にしたがう。つまり、 i 番目の地震の発生時刻とマグニチュードが (t_i, M_i) であるとき、この地震の余震が時刻 $t(t > t_i)$ での発生率は

$$\nu_i(t) = \frac{K}{(t - t_i + c)^p} e^{\alpha(M_i - M_0)}$$

である。ただしパラメータ K, α, c, p は各地震 i に関して同じ値であることを仮定する。結局これらの発生率を重ね合わせて、この地域での $M \geq M_0$ の地震の条件付き強度関数 (conditional intensity function, 予測発生率) は発生履歴 $H_t = \{(t_i, M_i); t_i < t\}$ の関数として

$$\lambda_\theta(t|H_t) = \mu + \sum_{i: t_i < t} \nu_i(t)$$

と書ける。5つのパラメータ $\theta = (\mu, K, c, \alpha, p)$ は地震活動の特徴を示すが、中でも α と p が重要である。 p 値は余震の減衰の早さを示し α 値はトリガーする余震数に対するマグニチュード値の効率を表し地域ごとに異なる。

る。例えば群発地震は α 値が小さく、二次余震が顕著でない本震余震系列は α 値が大きい。

A2. 最尤法とモデル選択

ETAS モデルのパラメータ $\theta = (\mu, K, c, \alpha, p)$ の推定は最尤法による。地震時系列データ $\{(t_i, M_i); S < t_i < T\}$ に対して対数尤度関数は

$$\ln L(\theta; S, T) = \sum_{S < t_i < T} \ln \lambda_\theta(t_i|H_{t_i}) - \int_S^T \lambda_\theta(t|H_t) dt,$$

と書かれる。 $\ln$ は自然対数である。ここで、ETAS モデルの条件付き強度関数 $\lambda_\theta(t|H_t)$ は過去の発生履歴（特に大きい地震）に依存しているので、対数尤度 $\ln L(\theta; S, T)$ はある程度の先行区間 $[0, S]$ に発生しているデータも含んでいることに注意する。対数尤度関数を数値的に最大化して最尤推定値 $\hat{\theta}$ を求める。モデルの良さの比較のために赤池情報規準 AIC [AKAIKE (1974)]

$$AIC = (-2) \times (\text{最大対数尤度}) + 2 \times (\text{パラメータ数})$$

が有用である。AIC が小さいモデルがデータに対して良い適合を示している。例えば地震活動の地域的関連性の有無、季節性などの周期的変化成分の有無など、様々な統計地震学上の仮説は、点過程モデルとして定式化することによって AIC で確かめることができる [OGATA (1981, 1983a, b, 1985, 1988), OGATA *et al.* (1982, 1984, 1986) および PC 用プログラム LINLIN (UTSU and OGATA, 1997) 参照]。

A3. 変化点解析 (Change-Point Analysis)

地震活動が或る時点を境に変化したか否かの確からしさを AIC で比較することができる。 T_0 を観測期間 $[S, T]$ の中の変化点候補とする。すると区間 $[S, T_0], [T_0, T]$ および $[S, T]$ の各々のデータに対して ETAS モデルをあてはめて以下の AIC を計算する。

$$AIC_0 = (-2) \max_{\theta_0} \ln L(\theta_0; S, T) + 2k_0$$

$$AIC_1 = (-2) \max_{\theta_1} \ln L(\theta_1; S, T_0) + 2k_1$$

$$AIC_2 = (-2) \max_{\theta_2} \ln L(\theta_2; T_0, T) + 2k_2$$

ここで k_0, k_1, k_2 はそれぞれの区間で当てはめられたモデルのパラメータ数で、ETAS モデルの全てのパラメータを推定するなら 5 個である。後半の区間 $[S, T]$ の中の地震数が極端に少ないときは単に定常ポアソン過程モデルを考えることもあり、その場合 $k_2 = 1$ である。特に要注意なのは、後半の区間 $[S, T]$ に ETAS モデルを当てはめるとき、条件付き強度関数 $\lambda_\theta(t|H_t)$ の計算には過去の発生データに依存しているので、上記の対数尤度 $\ln L(\theta; T_0, T)$ は区間 $[S, T_0]$ に発生しているデータが H_t に含まれていることを忘れないことである。

もし変化点候補 T_0 が解析対象のデータによってでな

く、何らかの地球物理的仮説、独立な別のデータまたは予めの自動的な設定によって決められたものであるとする。このとき区間 $[0, T_0]$ と $[T_0, T]$ では地震活動のパターンが異なるというモデルの AIC_{12} は

$$AIC_{12} = AIC_1 + AIC_2$$

となり、これと区間 $[0, T]$ を通してパターンが変わっていないというモデルの AIC_0 の大小を比べることによって判定される。

しかしながら、解析対象のデータや残差データを使って変化点候補 T_0 の見当をつけて上記と同様の判定をすると、たとえ変化のない場合でも変化があると判定される場合が多い。実際このばあい変化点候補 T_0 もパラメタであり、これにペナルティを課すことを考慮しなければならぬ。しかし変化点候補パラメタ T_0 は AIC の通常のペナルティと違い 1 ではない。結論的には上記の AIC_{12} の偏りを補正すると

$$AIC_{12} = AIC_1 + AIC_2 - 2k(N),$$

となる。ここで $k(N)$ は定常ポアソン過程のもとでの変化点解析の対数尤度の平均値で、地震の数 N に依存して増える関数である [OGATA (1992) の付録 1 参照]。関数 $k(N)$ は $10 \leq N \leq 2000$ にわたって有理関数

$$k(N) = 1 + \frac{7.6623n + 1.9688n^2 + 0.022822n^3}{1 + 5.0900n + 0.95595n^2 + 0.0090963n^3}$$

(ただし、 $n = N - 10$) によってかなり正確に近似される。 $k(N)$ は N が大きくなるに従って単調に増えるが数百以上で 3 前後の値になる。かくして、 AIC_{12} が AIC_0 より小さい値のときは T_0 を境にして地震活動パターンが変化、さもなければ変化無しと考えるのである。

A4. 点過程の残差解析と相対的静穏化

条件付き強度関数の積分

$$A_t = \int_S^t \lambda_\theta(s | H_s) ds,$$

は時刻 S から t までの発生地震数の期待値である。例えば時刻 0 で本震が発生したときの余震が改良大森公式

に従うとき $A_t = K \{(t+c)^{1-p} - (S+c)^{1-p}\} / (1-p)$ となり、これは時刻 S 以降の余震の累積数を予測している。

任意の条件付き強度関数 $\lambda_\theta(t | H_t)$ で点過程データ $\{t_i\}$ を生成したとする [点過程のシミュレーション法は OGATA (1981) 参照]。この発生系列 $\{t_i\}$ を $\tau_i = A_{t_i}$ によって一対一に変換すると $\{\tau_i\}$ は定常ポアソン定常過程になることが知られている [PAPANGELOU (1972)]。しかし、実際には条件付き強度関数は未知であるから、推定されたものを使って同様な変換をしたときの $\{\tau_i\}$ を残差点過程 (Residual point process) と呼ぶ。もし推定されたモデルがデータに良く適合していれば、残差点過程は定常ポアソン過程に近い。逆に、残差過程の一部分でも定常ポアソン過程とは考えられない性質があれば、これはモデルとデータが何らかの意味で適合していない部分があることを示している。例えば ETAS モデルは余震に関する性質を組込んでいるが静穏化現象は考慮していないので、データにそのような性質があれば残差点過程は定常ポアソン過程にならない。残差データの累積関数は、もしそれが定常ポアソン過程にしたがっていれば、直線に近い形になっている。しかし、もし途中から傾きが有意に減ったままの状態がしばらく続けば、これは予測している地震発生率より実際の地震数が少ない状況が積み重なっていることを示している。残差過程で見ての低下であるので、これを通常の意味での (絶対的) 静穏現象と区別して相対的静穏期 (relative quiescence) と呼ぶことにする。

残差点過程の上を移動する幅 h の区間 $[\tau-h, \tau]$ の中に含まれる点の数 $\xi_h(\tau)$ の時系列を残差時系列 (residual time series) と呼ぶ。これは局所的な地震活動異常を見るのに適している。もし残差点過程がポアソン過程に近ければ $\xi(\tau, h)$ は平均 h のポアソン確率変数であり、 $h \geq 8$ で $\xi(\tau, h)$ は近似的に平均 h 分散 h の正規時系列となることが期待されるから、そのような時系列の異常値解析をすることになる。