岩石試料の破壊予測と地震発生の予測可能性

東北大学理学部* 山 本 清 彦

Estimation of Fracture Stress for Intact Rocks and Possibility of Long-Term Earthquake Prediction

Kiyohiko YAMAMOTO

Faculty of Science, Tohoku University Aramaki, Aoba-ku, Sendai 980-8578, Japan

(Received July 15, 1997; Accepted December 1, 1997)

A model called strength distribution model is proposed for elucidating the fracturing process of intact rock specimens under tri-axial loading of compression. This model provides a way to estimate the fracture stress from the relationship between crack density and applied stress for the specimens. Making use of the model, the fracture stress is estimated from the observed relationship in the range of applied stress from the onset of loading to the arbitrary upper bound. The estimated stress is found to be in agreement with the observed one with an error smaller than 1%, whenever the upper bound is taken to be more than 95% of the fracture stress. This model is also applied to the seismic activities prior to the 1989 Loma Prieta earthquake and to the 1996 Adak earthquake. The occurrence time and the magnitude respectively are estimated to be almost equal to the observed ones for both the earthquakes. Although more studies are needed to conclude, these results imply that earthquakes occur in principle following the same law as fracturing of intact rocks. The results of the fracture stress estimation for intact rocks may suggest that the long-term prediction of earthquakes is possible several years before the target earthquake with an error of about one year in the best case, provided that the recurrence time of the earthquake is about a hundred years.

Key words: Fracturing process of rocks, Strength distribution, Power-law distribution function, Prediction of earthquakes, Process of earthquake occurrence.

§1. はじめに

比較的大きな規模の地震が発生する前後に、その震源を含む広い地域で地震活動が活発化する場合のことが知られている。さらに、これらを定量化して地震の発生予測に役立てる努力もなされている〔例えば、BUFE and VARNES (1993), HORI and OIKE (1996), JONES and MOLNAR (1979), KNOPOFF *et al.* (1996), MOGI (1969)〕。一方、有限寸法の岩石試料を載荷実験すると、試料全体が破壊する前に、微小破壊活動が活発化したり、試料の歪率が増大したりすることが良く知られている。これらは、試料の破壊が決して偶然かつ突然に起こるのではないことを意味している。ある体積を持った材料あるいはその一部に生じる印加応力に対する保持力の減少を破壊とよぶとき、地震もまた剪断破壊によって生じると考え

られる。したがって、大地震前に見られる地震活動の活発化も偶然による所産ではないであろう。

岩石試料が巨視的破壊にいたる過程を、微小破壊や非弾性変形を定量化して定式化するために古くから多くの実験的・理論的研究が行われてきた。一定応力下の破壊でも一定増加率で印加される応力下の破壊でも、定式化するには2つの基本的立場がある。一つはグリフィスの割れ目の伸展に関する理論を基礎とするものであり〔ATKINSON (1979), GRIFFITH (1920)〕、他方は、ワイブルに代表されるような破壊強度の分布に基づく理論である〔LOCKNER and MADDEN (1991), MCCLEINTOCK and MAYSON (1976), WEIBULL (1939), 山本 (1993), 山本・他 (1992)〕。有限寸法の試料において、比較的短い時間で発生する破壊の過程が、これらの立場で組み立てられた理論によりある程度説明できることは言うまでもない。よって、破壊予測が本質的に不可能であると言う議

* 〒980-8578 仙台市青葉区荒巻青葉

論は無前提には成り立たない。重要なことは、脆性破壊の条件を明らかにすること、予測の可能性、不可能性を定量的に述べることである。

上記二つの立場のうち、前者は破壊過程を連続体中に発生する単一の割れ目の伸展過程としてとらえ、連続体の理論に基礎をおく。この考えでは、割れ目はその長さがある臨界長を越えると急激に伸展する。一定応力が印加されている試料内の割れ目について、長さが臨界長にみたない場合の割れ目の進展速度と割れ目長の関係は既に定式化されている [ATKINSON (1979)]。急激な割れ目の伸展を破壊と定義すると、この式から、time-to-failure 解析の基礎となる方程式が得られる [DAS and SCHOLZ (1981), VARNES (1989)]。さらに、VARNES (1989) は、SAITO (1969) や VOIGHT (1988) が破壊予測のために提案している式が time-to-failure 模型から得られるものと等しいことを指摘した。この式が連続体中の割れ目の伸展から導出されたものでありながら、複雑系における臨界点への移行を表す式と同一形式であることも指摘されている [SORNETTE and SAMMIS (1995)]。

大地震の前の地震活動が割れ目の長さの進展を表していると考え、time-to-failure 模型を用いて、比較的大きな地震の発生過程を議論することができる。実際、BUFE and VARNES (1993), BUFE *et al.* (1994) は time-to-failure 模型を地震の発生過程に適用して、地震の発生予測を試みている。

一方、破壊強度の分布を基礎とする立場では、試料を多数の微小潜在割れ目を含む媒質あるいは多数の微小体積要素で構成される媒質として模型化する。試料の破壊過程は潜在割れ目の運動や要素の破壊の進行過程として表される。本論文ではこの立場から破壊強度分布模型と呼ぶ破壊過程模型を提案する。確率論的な地震の発生模型としては、基岩模型やバネ・スライダー模型等がある [BURRIDGE and KNOPOFF (1967), 大塚 (1971)]。これらの模型が主にプレート境界などの断層面内における不均一な破壊の伸展を対象にするのに対し、強度分布模型は多数の断層を含む広い3次元的な拡がりを持つ領域の破壊の進行過程が対象である。

YAMAMOTO (1981, 1995) は MATSUSHIMA (1960) が三軸圧縮下の花崗岩試料で測定した弾性波速度のデータから、試料内の張力型割れ目の密度を推定し、印加差応力と剪断割れ目の密度の関係を推定した。さらに、微小破壊に関する剪断強度分布を求めるとともに、剪断割れ目の密度がある臨界値に達したときに試料の破壊が発生することを明らかにした。ここでは、強度分布模型がこの実験から得られた試料内強度分布を良く説明することを示すとともに、この模型による破壊予測の可能性とその

精度について調べる。さらに、強度分布模型を地震発生場へ適用して、地震の発生過程について簡単に考察する。

§2. 強度分布モデル

2.1 微小破壊要素とその強度分布

いま、体積 V を持つある岩石試料が N 個の単位の大きさを持つ微小体積要素からなっているものとする。以下では、この体積要素を物理要素と呼ぶ。この岩石試料に τ_c の剪断応力を印加したとき、試料内のある物理要素から剪断破壊が伸展し始めたとする。破壊によって生じたそれ以外の既存割れ目が試料内に無いと仮定したとき、その物理要素の破壊強度を τ_i と定義する。

ある物理要素で発生した破壊が進展して、一辺の長さが l で近似できる破壊面を作るとする。この破壊は、それによって生じた破壊面を取り囲む l^3 に比例した体積を持つ領域の保持力を減少させるであろう。一つの微小破壊によって保持力を減じたあるいは減じるであろう体積要素を微小破壊要素とよぶ。いま、いずれの微小破壊要素も等しい体積 l^3 をもつと仮定し、Fig. 1 に示すように、微小破壊要素が q 個の物理要素から、また、試料が M 個の微小破壊要素からなるとすると、

$$V \propto N = qM \quad (1)$$

である。一般に、試料内の割れ目密度 c は

$$c \propto nl^3/V = n/M \quad (2)$$

のように定義される。 n は既破壊の微小破壊要素数である。 c は破壊した微小破壊要素あるいは物理要素が試料全体に占める体積あるいは数の割合に比例する。ここで

Fig. 1. The illustration of the model used for formulating the fracturing process of rock specimens. A specimen consists of M microfracture elements of the same volume, each of which consists of q sub-elements. The sub-elements have the same physical volume and are called physical elements. A microfracture element is formed by faulting initiated at the weakest physical element in the microfracture element.

は、 n/M を割れ目密度とよぶ。

微小破壊要素は、その要素中にある q 個の物理要素のうち最小の強度をもつ物理要素が破壊したときに形成されるから、微小破壊要素の強度は、その要素が含む q 個の物理要素のうち最弱要素の強度に等しい。物理要素の強度を τ_s 。その破壊強度の分布関数を $P_e(\tau_s)$ とすると、微小破壊要素の強度の分布関数 $P(\tau_s)$ は、

$$P(\tau_s) = 1 - [1 - P_e(\tau_s)]^q \quad (3)$$

である。

一般に、試料と体積要素の破壊強度は試料と体積要素への印加応力（平均応力）で定義されるから、同一の印加応力に対して、内部に大きな応力集中を生じる試料と体積要素の破壊強度は相対的に小さく、応力集中を起こしにくいものの強度は大きいであろう。このようにして、破壊強度の大小は試料あるいは体積要素中に発生する応力集中の程度などに依存し、よって、破壊強度の分布は試料の構成媒質の寸法分布や幾何学的形状に強く依存していると考えられる。

TURCOTTE (1986) は、岩石の粉碎破片がワイブル分布あるいはべき分布で良く近似できることを指摘している。このことから、物理要素の強度の分布関数をべき関数として、

$$P_e(\tau_s) = s_0 \tau_s^m \text{ for } \tau_s < s_0^{-1/m} \\ = 1 \text{ for } \tau_s \geq s_0^{-1/m} \quad (4)$$

とおくと、(3) より近似的に

$$P(\tau_s) = (\tau_s / \tau_c)^m \text{ for } \tau_s < \tau_c = (q s_0)^{-1/m} \\ = 1 \text{ for } \tau_s \geq \tau_c \quad (5)$$

を得る。ここで、分布関数が (5) で表される強度分布を、あらためて微小破壊要素の強度分布とする。

2.2 実効応力

試料の破壊強度は、試料に印加される応力によって定義される巨視的物理量である。すでに述べたことから分かるように、試料の破壊強度を論じるとき、試料内にある破壊開始点近傍の応力の大きさを問題にしない。また、破壊強度を定義する際には、試料内のどの応力も印加応力と等しいという立場が暗にとられている。ここでは、この考えをさらに拡張して、すでに微小破壊が生じている試料に剪断応力 τ が印加されているとき、破壊されていない領域内の応力はどこでも等しく、また、すでに破壊されている領域内の応力も等しいと考えることにする。

すでに破壊された微小破壊要素を含む試料に剪断応力 τ が印加されているとき、破壊されていない微小破壊要素の応力を τ_e 、破壊されている要素の応力を $k'\tau$ とし、 τ_e を実効応力と呼ぶ。Fig. 2 に示されているように、既に破壊された微小破壊要素が試料の全体積に対して $G(\tau)$

Fig. 2. Schematic illustration for fractured and potential microfracture elements. Every fractured element is subjected to the same stress of $k'\tau$. The remnant applied load is equally shared by the potential elements.

の割合を占めているとき、実効応力 τ_e は

$$\tau_e = [1 - k'G(\tau)]\tau / [1 - G(\tau)]$$

である。以下では、微小破壊要素は破壊によって保持力を完全に失うものとする。このとき、実効応力 τ_e は

$$\tau_e = \tau / [1 - G(\tau)] \quad (6)$$

で表される。

2.3 修正べき分布とその振る舞い

印加応力を 0 から τ まで増加させたとき、試料内には $G(\tau)$ の割合の微小破壊要素が破壊し、実効応力は τ_e になる。また、この間に破壊した要素の割合 $G(\tau)$ は (5) において $\tau_s = \tau_e$ において求められる。したがって、 $G(\tau) = P(\tau_e)$ の関係と (5) と (6) を用いて、

$$G(\tau) = (\tau / \tau_c)^m / [1 - G(\tau)]^m \text{ for } \tau_e < \tau_c \quad (7a)$$

$$= 1 \text{ for } \tau_e \geq \tau_c \quad (7b)$$

を得る。このようにして分布関数が $G(\tau)$ で表される強度分布を修正べき分布とよぶ。 $G(\tau)$ は試料内要素の強度分布を、試料に印加された応力 τ によって表現した見かけの強度分布関数である。

Fig. 3 には、 $m=2$ の場合について、(7) から計算される $G(\tau)$ を例として示した。図中、実線で示した部分は、印加応力を 0 から τ まで増加させたときに試料内に生成される微小破壊要素の割合を示している。 $G(\tau)=1$ は試料を構成する全ての要素が保持力を失うことを意味し、試料の破壊を意味する。 $\tau = \tau_f$ は試料の印加応力に対する最大の保持力であるから、試料の剪断破壊の強度を表している。また、 $\tau = \tau_f$ では、突然 $G(\tau)=1$ になるから、BD の経路は脆性的な破壊を表現している。破線部分は

Fig. 3. The curve of $G(\tau)$. The values of m , k , and τ_c are taken to be 2, 1, 2.598, respectively. When τ is increased from 0, G increases to v_c and then catastrophically jumps to unity at $\tau = \tau_f$. v_c is the critical crack density or the critical volume fraction of fractured elements and τ_f is the fracture stress of specimen. The broken line from B to C indicates the post-failure behavior. The magnitude of B to D or $(1 - v_c)$ is proportional to the released strain energy at the fracture of specimens.

いわゆるポストフェイリュアアの振る舞いを示す。破線が示す $G(\tau)$ は、既破壊要素を G の割合で含んでいる試料の剪断破壊強度 τ 、あるいは、印加応力を τ に設定したクリープ試験において試料に破壊が発生するときの割れ目密度 G を表していると解釈できる。

試料内に生成されている割れ目の密度を G 、このときの印加応力を $\tau(G)$ として、(7a) を書き直すと、

$$\tau(G) = \tau_c G^{1/m} [1 - G] \quad (8)$$

となる。 $\tau = \tau_f$ では、 $d\tau/dG = 0$ であるから、

$$\tau_f = m \tau_c v_c^{1/m} / (m + 1) \quad (9)$$

$$v_c = 1 / (m + 1)$$

のように τ_f が簡単な式で表される。これらの式から試料の破壊条件として次のことが言える。試料を剪断応力により載荷すると、試料内に発生した割れ目の密度がある臨界値（臨界割れ目密度） v_c に達したとき試料の破壊が起こる。これは実験データから得た YAMAMOTO (1995) の結論と一致する。また、臨界割れ目密度 v_c は m によって決まり、 m が大きくなると小さくなる。例えば、 $m=2$ では試料の $1/3$ の体積が破壊したときに、また、 $m=10$ の場合には試料の $1/11$ の体積が破壊したときに試料全体が破壊することになる。

一方、式 (5) において、 τ_c は $q^{-1/m}$ に比例しているから、微小破壊要素の寸法が大きくなると q が大きな

り、 τ_c が減少する。したがって、(9) から分かるように、試料強度が低下する。試料の寸法を大きくすると試料の破壊強度が低下することが知られているが、上記の結論は、この強度の寸法効果が試料を大きくすると試料内に発生する微小割れ目の平均的な寸法が大きくなることに起因するという解釈を与える。試料寸法の増大に伴う微小割れ目の平均寸法の増大は、試料を大きくすることによって相対的に大きい粒径を持つ鉱物やより大きい弱面など、より大きな寸法を持つ不均質が試料内に取り込まれることによって起こるのであろう。BIENIAWSKI (1968) と PRATT *et al.* (1972) は一軸圧縮強度の寸法効果を実験的に調べている。YAMAMOTO (1993) は、試料寸法と微小破壊要素の関係が線形あるいはべき関数で表されると仮定することにより、これらの実験結果が説明できることを明らかにした。

Fig. 4 に m と $G(\tau)$ の関係を示した。 m が大きくなるにしたがって、微小破壊活動が試料破壊の直前に集中するようになること、また、試料中に生じた僅かな微小破壊で試料の破壊が発生するようになることが分かる。 m が大きいほど微小破壊要素の破壊強度分布が均一であることを意味している。したがって、Mogi (1963) によって指摘されていた均質な材料ほど突然破壊し、不均質な材料ほど破壊の前駆活動が活発であるという定性的な性質が $G(\tau)$ によって定量的に表現されたことになる。また、単位要素が蓄える歪エネルギーが等しいとすると、 m が大きいほど試料破壊時に瞬時に破壊する要素数が多くなり、破壊時の放出エネルギーも大きくなる。

Fig. 4. The behavior of $G(\tau)$ for some values of m . The precursor of the fracture of specimen becomes small and its duration time does short with an increase in m .

§3. 破壊強度の推定と精度

3.1 微小破壊要素の剪断強度の分布関数

MATSUSHIMA (1960) は花崗岩を伝播する弾性波速度を三軸圧縮試験下で測定した。張力型割れ目が異方的に分布している弾性体に関して、YAMAMOTO (1981, 1995) は ESHELBY (1957) の理論をより大きな割れ目密度にまで適用できるように拡張した近似計算法を提案するとともに、この方法を Matsushima のデータに適用して、印加応力と張力型割れ目の密度との関係を精度良く求めた。その結果、張力型割れ目の密度 c_1 が、

$$c_1 = f(\sigma_3)g_s(r), \quad (10)$$

ただし、

$$r = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma'_1 - \sigma_3)$$

のように、それぞれ独立な関数 $f(\sigma_3)$ と $g_s(r)$ の積として書けることを明らかにした。ここで σ_1 は印加軸応力、 σ'_1 は試料破壊時の印加軸応力、 σ_3 は封圧である。

印加差応力 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ は試料内に働く最大剪断応力で書き換えられる。ここでは、最大剪断応力を簡単のため剪断応力とよぶことにする。いま、試料を構成する微小体積要素（微小破壊要素）の剪断破壊がクーロンの破壊基準に従い、凝着力と内部摩擦係数の比がいかなる要素に対しても等しいと仮定すると、規格化印加差応力 r を試

料の剪断強度で規格化した印加剪断応力 u に書き換えることができる [YAMAMOTO (1995)]。Fig. 5 はこのようにして得られた MATSUSHIMA (1960) のデータに対する $g_s(u)$ のプロットである。 $g_s(u)$ の値は任意である。 $u=1$ は試料の剪断破壊強度の測定値を表す。

YAMAMOTO (1995) の解釈に従えば、 $g_s(u)$ は印加剪断応力の増加に伴って破壊した要素数の相対変化を示し、したがって、要素の剪断強度分布を印加剪断応力の関数として表した見かけの強度分布関数に比例している。

3.2 巨視的破壊強度の推定

要素の破壊強度の分布関数がべき関数で表せるとすれば、関数 $g_s(u)$ は修正べき分布の分布関数 $G(u)$ に比例しているはずである。 $G(u)$ は二つの定数 m と u_c によって決まり、試料の破壊強度はこれらの定数で表わされる。ここで、 u_c は最強微小破壊要素の強度 τ_c を試料の破壊強度の測定値 τ_f で規格化した未知数である。 C を未知の比例定数とし、定数 (m, u_c, C) を

$$\varepsilon^2 = \sum [g_s(u_i) - CG(u_i)]^2$$

が最小になるように決めた。 i はデータの番号である。

使用したデータの u の範囲を $[u_0, u_L]$ と表す。範囲 $[0, u_L]$ のデータに対して求められた (m, u_c, C) と u_f を Table 1 に示した。 u_f は (m, u_c) から (9) 式を用いて計算

Fig. 5. The plots for the relative density $g_s(u)$ of shear microcracks in granite specimens [after YAMAMOTO (1995)]. u is the applied shear stress normalized by the shear fracture stress at a constant normal stress. Here, the stresses are defined on the maximum shear plane. The lines denote the best fit curves to the data in the ranges of u indicated in the figure.

Table 1. Estimated values of m , C and u_c , and shear strength u_t of specimens calculated for the estimated values of m and u_c .

Data range u_0 u_L	N_d	m	C	u_c	σ $\times 10^{-1}$	u_t
0-0.931	53	11.1	30.79	1.465	0.0626	1.074
0-0.935	54	10.9	19.28	1.420	0.0626	1.036
0-0.944	57	10.8	16.87	1.410	0.0611	1.027
0-0.957	60	10.6	12.86	1.390	0.0625	1.008
0-0.965	62	10.4	11.13	1.385	0.0681	1.000
0-0.969	64	10.4	10.62	1.380	0.0788	0.996
0-0.980	67	10.1	9.631	1.385	0.1176	0.993
0-0.986	69	10.0	9.082	1.385	0.1188	0.991
0-0.996	73	10.3	10.76	1.385	0.2265	0.998
All data	75	11.5	14.61	1.360	0.3171	1.004

$$\sigma = [\sum \delta \varepsilon_i^2 / (N_d - 3)]^{1/2}$$

N_d : Number of data; $\delta \varepsilon_i$: the error for the i -th data.

Fig. 6. The change in solutions for m and u_t with the change in the upper bound u_L of applied stress for the data. The lower bound is taken to be zero. u is the applied shear stress normalized by the observed shear fracture stress. u_t denotes the estimated fracture stress.

される試料の剪断破壊強度である。したがって、 $u_t = 1$ は計算値が測定値と一致していることを表している。Fig. 6 に、 u_t と m の u_L に対する依存性を図示した。 m は u_L が 0.931 以上のとき、10 から 11 の安定した値を持っている。このことから、微小破壊要素の剪断強度の分布関数はべき m が約 10 であるようなべき関数で表されることが分かる。また、この m の値から試料内に約 8 から 9% の体積に破壊が生じると試料全体が破壊することが推定される。剪断破壊強度の計算値 u_t は、 u_L が

小さいときに 1 よりもやや大きく、 u_L が大きいとやや小さく求まる。また、 $u_L \geq 0.93$ のとき、 u_t の 1 からのずれは 10% 以下である。さらに、 $u_L \geq 0.96$ にすると強度は 1% 以内の誤差で推定できることが分かる。

Fig. 5 には 3 通りの u_L に対する分布関数 $G(u)$ の曲線が示されている。これらの u_L に対して求められた m は約 10、 C も約 10 である。これらから期待される破壊時の $g_s(u)$ の値は約 0.8 から 0.9 となるが、このことは Fig. 5 に見ることができる。また、3 通りの u_L に対する

計算結果はいずれもデータを良く説明していることが分かる。 $u_L=0.944$ の場合には $u_L \approx 1.03$ になるが、この場合と他の場合の $G(u)$ を比べると、 u が 0 から約 0.95 の範囲でほとんど差がない。例えば、およそ 100 分で破壊するような加圧率で試料を載荷し、試料の破壊を予測することを想定すると、このことは、試料が破壊する 5 分以上前に、破壊発生時刻を 1 分以内の精度で言い当てるのが容易ではないことを意味している。

§ 4. 地震発生過程への適用性

4.1 活動領域の特定

式 (7) は荷重を有限寸法の領域内のいたるところが均等に支えていることを前提に成り立っている。また、この式は圧縮応力による脆性破壊過程の一般的表现である。したがって、この場合には、試料が有限寸法であるということが脆性破壊の条件である。仮に、これが脆性破壊の唯一の条件であるとすれば、地震を引き起こす脆性破壊も有限寸法の場合の中で生じていなければならない。いま、試料の破壊を試料内の応力を初期化させることであると解釈すると、試料の破壊に相当する地震は領域全体の応力を初期化する地震ということになる。これによって、領域内の未破壊要素に蓄えられていた歪みエネルギーが解放される。以下では、この地震を主破壊に対応させて主震とよぶ。

主震の発生過程に (7) が適用できるように、主震は有限寸法の場合の中で発生しているとしたが、室内実験における岩石試料とちがって、地震発生場では、発生場を仕切る境界が明瞭には見えない。したがって、地震発生に関与しているらしい領域を選ぶことが必要である。すでに述べたように、地震発生前に震源域周囲の広い領域において、地震活動が活発になる場合があることが指摘されている。これらを相互作用の結果であると考えて、地震活動に加速が見られる領域を相互に作用しあっている領域であり、来るべき主震の発生に関与している領域とする。このような領域に働く平均応力を広域応力、領域内にある一つの断層を含む体積要素に働く平均応力を局所応力と呼ぶ。

主震の規模は領域の大きさに規定されていると考えられる。したがって、その領域の特定には重要な意味がある。しかし、ここではあらためて領域を検討することはせずに、BUFE and VARNES (1993) や BUFE *et al.* (1994) が time-to-failure 模型によってすでに解析したデータに強度分布模型を適用する。

以下の議論では、広域応力の時間に関する増加率を一定とする。 $t=0$ を応力の増加が始まった時刻とすると、 τ を t, t_c を t_0, t_1 を t_i に置き換えることによって前出

の式はそのまま成り立つ。ここで、 t_i は主震の発生時刻である。

4.2 累積モーメントへの適用

ある時間 $[0, t]$ に生じた地震の数を N_i , i 番目の地震を発生させた断層の長さを l_i , その地震の地震モーメントを M_{oi} とすると、累積モーメント $M_{o\alpha}$ は

$$M_{o\alpha} = \sum_{i=1}^N M_{oi} = c_m \sum_{i=1}^N l_i^\alpha = c_m \sum_{i=1}^N v_i$$

である。ここで、 $t=0$ は領域の応力が増加し始めた時刻、 c_m は定数、 v_i は断層の生成によって保持力を失った体積要素である。体積要素の強度がべき分布をしていると仮定すると、

$$M_{o\alpha} = C_m \sum_{i=1}^N v_i = C_m G(t) \quad (11)$$

と書ける。ここで、 C_m は定数、 $G(t)$ は修正べき分布の分布関数である。

累積地震モーメントが (11) で表せたとするとき、

$$v_i = 1/(m+1) \\ t_i = m t_c v_i^{1/m}/(m+1) \quad (12)$$

$$M_m = C_m(1-v_c) = C_m m/(m+1),$$

ここで M_m は主震のモーメントである。地震波エネルギー E_i も l_i^3 に比例すると考えられるから、累積地震波エネルギーの場合も累積モーメントと全く同様にして扱うことができる。

4.3 累積ベニオフ歪への適用

i 番目の地震に関するベニオフ歪 e_i は、その地震の地震波エネルギーを E_i として、 $e_i = E_i^{1/2}$ によって定義される。いま、単位要素の体積を v_0 , i 番目の地震で保持力を失った要素の数を n_i , 発生した地震の数を N_i とすると、累積ベニオフ歪 e_0 は

$$e_0 \propto \sum_{i=1}^{N_i} (n_i v_0)^{1/2} \quad (13)$$

と表される。破壊強度分布模型をこの累積ベニオフ歪に適用するための単純な方法として、2通りが考えられる。一つは累積地震波エネルギーの増加が等規模の地震の発生によってもたらされているとする近似であり、他の一つは応力の単位増加に対する地震発生数が不変であるとする近似である。前者を等規模地震の近似、後者を等発生率の近似と呼ぶ。

等規模地震の近似では $n_i = n$ であるから、 $e_0 \propto N_i (n v_0)^{1/2}$ である。この場合には、累積ベニオフ歪、累積地震モーメント、累積地震エネルギーは累積地震発生数に比例する。しかし、例えば、MOGI (1963) や BUFE and VARNES (1993) に見られる累積地震波エネルギーや累積地震発生数の図から、これらが一般に比例しているようには見えないので、ここではこの立場を採らない。

ベニオフ歪は一つの地震で破壊した要素数の平方根に比例する。有効剪断応力が0から τ_c まで増加したときの累積地震波エネルギー E_a を、

$$E_a = C_e P(\tau_c) \quad (14)$$

と書く。 C_e は定数である。この間に発生した総数 N_i 個の地震から任意の1個の地震 i を除いて累積ベニオフ歪 e_b を計算する。 e_b が i にかかわらず近似的に等しいとき、累積ベニオフ歪 e_b は、

$$e_b^2 \approx N_i E_a = C_e N_i P(\tau_c) \quad (15)$$

のように書ける。

いま、実効応力の単位増加に対する地震発生数が一定である等地震発生率の場合を考える。単位応力増加当たりの地震発生数を α として、関数 $Q(\tau_c)$ と定数 C_b を

$$Q^2(\tau_c) \equiv \alpha \tau_c P(\tau_c) \quad \text{および} \quad C_b^2 \equiv C_e \quad (16)$$

で定義すると、(15) は

$$e_b^2 \approx C_b^2 Q^2(\tau_c) \quad (17)$$

のようになる。 $P(\tau_c)$ が(5)で定義される τ_c のべき関数で表されるとき、(16) より

$$Q^2(\tau_c) = \alpha \tau_c \tau_c^{-m} \tau_c^m = (\tau_c / \tau_d)^{m-1} \quad (18)$$

$$\tau_d = \alpha^{-1/(m-1)} \tau_c^{m/(m-1)}$$

であり、 $Q(\tau_c)$ もべきが $(m+1)/2$ のべき関数になる。

時刻 t を用いて、 $P(\tau_c)$ を $G(t)$ 、 $Q(\tau_c)$ を $F(t)$ に書き変えると、(18) は

$$F^2(t) = t^{m-1} / [t_d \{1 - G(t)\}]^{m-1} \quad (19)$$

のように書ける。 α としては、データから得られる地震の単位時間当たりの平均発生数を用いる。

$$e_b = C_b F(t) \quad (20)$$

と書けると、(12)において、 C_m を C_b^2 に、 M_m を E_m に置き換えて、主震の発生時刻 t_i と地震波エネルギー E_m を求めることができる。

ところで、(19)の導出には e_b が i によらず等しいという仮定が必要であった。これが近似的に成り立つには、最初の仮定にもかかわらず、累積ベニオフ歪に寄与する地震の規模がほぼ等しいことが必要である。また、 α は数えられる地震の規模の下限を小さくすると大きくなる。一方、 e_b は下限を小さくしてもその増加は少ない。したがって、 α が大きくなると C_b が小さく見積もられ、その結果、主震の規模が小さく見積もられることが予想できる。このように、解析される地震規模の下限には任意性があり、その選択は経験的にならざるを得ないであろう。

4.4 地震データへの適用

関数 $G(t)$ や $F(t)$ の適用に使われる累積モーメントや累積ベニオフ歪は地震時の値として与えられるので、その時の値として地震前の値(プレステップ値)と地震後の値(ポストステップ値)がある。主震の発生時予測の

観点と経験から、VARNES(1989)はプレステップ値を用いることを提案している。しかし、破壊強度分布模型における $G(t)$ や $F(t)$ は既破壊要素の割合の期待値に対応するものであるから、この立場から見ると、プレステップ値とポストステップ値の違いは、単なるデータのゆらぎであると解釈してよからう。

1) 1989 Loma Prieta 地震の場合

BUFE and VARNES(1993)は1989 Loma Prieta 地震の震源を含む約150 km × 300 km の広い領域をサンア

Fig. 7. The cumulative seismic moment prior to the 1989 Loma Prieta earthquake. Solid and open circles indicate the values before the earthquake (the pre-step values) and those after the earthquake (the post-step values), respectively. The data are read from the paper by BUFE and VARNES (1993). Curves are the theoretical values for m , t_c , and C of the best fit solutions for the pre- and the post-step values, respectively.

Fig. 8. The cumulative Benioff strain before the 1989 Loma Prieta earthquake. The other notations are the same as those in Fig. 7.

ンドレアス断層沿いにとり、領域内の1927年からこの地震に至るまでの地震活動を解析した。Fig. 7とFig. 8は彼らが解析したデータを彼らの論文から読み取ったものであり、ともに、規模 M が5以上の地震から得られた累積モーメントと累積ベニオフ歪を示したものである。図中にはプレステップ値を黒丸、ポストステップ値を白丸で示してある。

領域の応力が増加し始めたと思われる時刻 t_0 を与えて、それぞれ、主震を除く全てのデータに対して

$$\epsilon^2 = \sum [(q_i - q_1) - C(R(t_i - t_0) - R(t_1 - t_0))]^2$$

が最小になるように m , t_0 , C を求め、主震の発生時刻 t_i , マグニチュード M を計算した。ここで、 t_i と q_i は i 番目の地震の発生時刻とその地震までの累積モーメントあるいは累積ベニオフ歪の測定値、 $i=1$ は解析に用いられた最初の地震を示す。また、 C は定数、 $R(t)$ はデータが累積モーメントのとき $G(t)$ 、累積ベニオフ歪のとき $F(t)$ である。

強度分布の不均一性を表す m は媒質の定数であろう。 m と t_0 の間には $(t_i - t_0)$ を大きくすると m が大きく決まり、その結果、主震の規模 M も大きく決まる傾向があ

る。1989 Loma Prieta 地震のマグニチュードは6.7から7.1の間であるとされている[BUFE and VARNES (1993)]。このような M が得られるように $(t_i - t_0)$ を50年として求めた最適解をTable 2に示した。累積モーメントからも累積ベニオフ歪からも m として5に近い値が得られる。両者からの結果の一致は§4.3で述べたベニオフ歪に関する仮定の妥当性を示している。Fig. 7とFig. 8に示された曲線はそれぞれ最適解から計算された累積モーメントと累積ベニオフ歪である。

主震の規模 M は累積モーメントからよりも累積ベニオフ歪からの方が小さく見積もられている。これがベニオフ歪を解析するときに設定した地震規模の下限の曖昧さによって生じた可能性はある。しかし、両者の結果の違いはデータとしてプレステップ値を用いたかポストステップ値かを用いたかの違いと同程度かそれよりも小さい。このことから、累積モーメントに関して設定された規模の下限はほぼ適切であったと思われる。計算された主震の発生時刻は1988.9から1992.1年、 M は6.7から7.2である。実際の発生時刻は1989.8年であり、計算結果の幅の中にある。また、当然ではあるが、実際の

Table 2. The value of m , the occurrence time t_i and the magnitude M estimated for the 1989 Loma Prieta earthquake.

t_0 year	m	t_c year	t_i year	M	σ	Data range t_i t_L	Remarks
					$\times 10^{16}$ [Nm]		
[Moment]							
1877	4.33	203.0	1988.9	7.0	0.46430	1927-	pre-step
	5.65	188.0	1991.1	7.2	0.48138	1927-	post-step
					$\times 10^5$ [Nm] ^{1/2}		
[Benioff strain]							
1877	3.70	217.0	1989.3	6.7	0.36743	1927-	pre-step
	5.55	190.8	1992.1	6.9	0.37199	1927-	post-step

Fig. 9. The cumulative Benioff strain prior to the 1996 Adak earthquake a) for the pre-step values and b) for the post-step values. The data are read from the paper by BUFE *et al.* (1994). Solid curves are the theoretical values for m , t_0 , and C of the best fit solutions. Dashed lines are the values for the solutions of which errors are about 3% larger than those of the best fit solution.

Table 3. The value of m , the occurrence time t_i and the magnitude M of the best fit solutions for the 1996 Adak earthquake together with those for the solutions whose errors are about 3% larger than that for the best fit solution.

t_0 year	m	t_c year	t_i year	M	σ	Data range t_i t_L	Remarks
					$\times 10^5 [\text{Nm}]^{1/2}$		
[pre-step]							
1970	6.20	39.5	1994. 8	7.4	0.12012	1980-	$\sigma_{\min}$
	4.80	42.5	1994. 5	7.2	0.12333	1980-	$1.03 \times \sigma_{\min}$
	8.00	39.0	1996. 4	7.7	0.12378	1980-	$1.03 \times \sigma_{\min}$
[post-step]							
1970	6.35	39.6	1995. 1	7.4	0.11170	1980-	$\sigma_{\min}$
	4.85	42.5	1994. 5	7.3	0.11501	1980-	$1.03 \times \sigma_{\min}$
	8.10	40.3	1997. 4	7.8	0.11509	1980-	$1.03 \times \sigma_{\min}$

$\sigma_{\min}$: The value of σ for the best fit solution.

マグニチュードも計算値の幅の中にある。Fig. 7 と Fig. 8 から、累積地震モーメント M_w や累積ベニオフ歪 e_0 が主震発生時刻の近傍だけではなく、全域にわたって修正べき分布にしたがっていることが分かる。

2) 1996 Adak 地震の場合

1996 年 6 月にアリューシャン列島の Adak Is. 付近に比較的大きな地震 ($M_s=7.6$) が発生した。この地震発生前の Delarof Is. 周辺の広域の地震活動が BuFE *et al.* (1994) によって解析されている。彼らにより解析された規模 M が 5.2 以上の地震に対する累積ベニオフ歪のデータを彼らの論文から読み取り、それに 1994. 26 年に発生した地震によるベニオフ歪 (PDE による) をつけ加えて Fig. 9 a) と b) に示した。関数 $F(t)$ をこれらのデータに当てはめるにあたって、媒質の定数 m の値が Loma Prieta 地震の場合と大きくは異ならないように、 $(t_i - t_0)$ を 10 年とした。この t_0 に対して得られた結果を Table 3 に示す。ここには、最良解に対して約 3% 大きい偏差を持つ解も記してある。Fig. 9 の中の実線はこれらの最良解に対して計算された累積ベニオフ歪であり、破線は偏差が 3% 大きい場合の解に対するものである。

観測された地震発生時刻は 1996. 4 年である。プレスステップ値、ポストステップ値のいずれを用いても、最良解の発生時刻は観測値よりも約 1.5 年早い。 $(t_i - t_0)$ を 10 年としたので、この領域の応力の増加開始から主地震発生までに要した時間は約 25 年である。したがって、観測値との違いはこの期間の約 6% であり、大きくはない。一方、計算で得られた規模 M は観測値よりもやや小さいとはいえ、Loma Prieta 地震の場合と同程度に一致している。以上のことから、Adak 地震の場合についてもその発生過程が修正べき分布によって説明できるように見える。

ところで、Adak Is. は解析領域の一端に位置し、隣接

領域とのほぼ境界にある。したがって、この地域の応力場は隣接領域の応力場と相互作用をしている可能性がある。また、最良解のものより約 3% 大きい偏差を許すと、発生時刻、マグニチュードともに観測値は計算結果の幅の中に含まれる。ただし、この場合には最後のデータである 1994. 26 年から主震発生時刻の 1996. 4 年までの地震空白期間の意味が問題にはなる。これらの解から計算されるベニオフ歪と最良解から計算されるベニオフ歪との差は、1994. 26 年以前の範囲では、最大でも $0.1 \times 10^8 [\text{Nm}]$ 程度 (マグニチュードが約 6 の地震 1 個程度) であることが Fig. 9 から分かる。この差はデータの分散よりも小さい。以上から、Adak 地震にみられる模型からの結果と観測値との違いは、考慮外にあった隣接地域との相互作用やデータの揺らぎに起因していると思われるが、破壊が地震発生約 1.5 年前から開始していた可能性も否定はできないであろう。

m が等しいとき、小さな t_c の値は応力増加率が大いことを示す。Adak 地震の t_c は Loma Prieta 地震のものよりも明らかに小さい。この小さな t_c はこの地域の応力増加率が Loma Prieta 周辺よりも大きかったことを示唆している。実際、この地域は 1957 年に発生した $M_w=8.6$ の地震によって破壊された領域であると考えられている (Alaska Earthquake Information Center)。Adak 地震が 1957 年の地震によって十分にすべり切らなかった局所領域に発生しているとなれば、この領域における速い応力増加を期待しても良からう。

§5. ま と め

軸圧縮試験下の岩石試料における剪断型割れ目の密度と印加応力の関係を量的に説明するために、破壊強度分布模型を提案した。この模型では、試料は微小破壊要素とよぶ体積要素からなり、要素の強度分布はべき分布を

するものとされる。このとき、剪断割れ目密度と印加軸応力の関係、臨界割れ目密度、試料の破壊強度、試料強度の寸法効果などが分布の定数を用いて簡単な数式によって表現される。ここで、臨界割れ目密度とは試料破壊直前の割れ目密度である。破壊時に放出される歪エネルギーは密度 1 から臨界密度を引いた残余に比例する。

花崗岩について実験から推定された応力と密度の関係に強度分布モデルから得られる理論的关系を適合して、適合性の検討と試料破壊強度の推定を試みた。その結果、岩石試料の破壊過程が強度分布モデルによって精度良く表現されることが明らかになった。また、破壊強度の約 95% 以上の印加応力までのデータを用いると、強度の分布関数のべきは 10.4 ± 0.3 に決まり、破壊強度は 1% 以内の精度で予測できることが明らかになった。さらに、微小破壊面の摩擦係力が無視できるような場合には、花崗岩では試料の約 9% を占める体積が強度を失ったときに巨視的破壊が発生することが推定された。

ある領域の応力場を初期状態に戻すような地震を主震と呼び、このような領域の平均応力を広域応力と呼ぶ。広域応力が時間とともに一定の速さで増加すると仮定して、強度分布モデルを BUFE and VARNES (1993) や BUFE *et al.* (1994) により調べられた 1989 Loma Prieta 地震前の周辺域と 1996 Adak 地震前の Delarof Is. 周辺域の地震活動に適用した。その結果、このモデルがこれらの地震活動を良く説明すること、この地震活動から推定される主震の発生時刻と規模は実際に発生したものを良く近似していることが明らかになった。

従来、大地震の前に必ず広域における加速的な地震活動があるということが言われてきたわけではないが、上記のように、モデルに適合する地震活動の存在が見いだされる。この適合には、領域の平均応力増加率が一定である、また、地殻内に発生する破壊は常に地震を伴うという条件が満たされている必要がある。このことを斟酌すると、この適合性は、一般的に、地震を引き起こす破壊が岩石の破壊発生と同様の過程を経て発生している可能性があることを示唆している。地震の発生活動様式や、地殻変動の振る舞いをこの見地から見ることも今後の地震発生予測の研究にとって必要であろう。

岩石の破壊過程は地殻内の破壊のそれに比べて単純であろうから、同一の破壊予測手法を用いるなら、岩石試料の破壊はより良い精度で予測されるであろう。この立場で地震発生の予測可能性を推察すると、応力の増加開始からおよそ 100 年で発生する地震に対して、発生前 5 年以降において 1 年程度が最良の発生予測精度である。

謝 辞

本研究は本年 (1997 年) 7 月 5 日逝去された東北大学名誉教授鈴木次郎先生にご指導戴いた博士論文での研究が基礎になりました。先生に心から感謝いたしますとともにご冥福をお祈り申し上げます。本論文で提案されたモデルの改善には、東北大学理学部平澤朋郎教授、加藤尚之博士 (現地質調査所)、矢部康男氏との議論が不可欠でした。諸氏に心から感謝いたします。また、横浜市立大学吉岡直人氏と匿名査読者氏には丁寧な査読と適切なコメントを戴きました。些かでも読み易くなったとすれば、一重にご両人のお陰でありますことを記して感謝いたします。

文 献

- ATKINSON, B. K., 1979, A fracture mechanics study of subcritical tensile cracking of quartz in wet environments, *Pure Appl. Geophys.*, **117**, 1011-1024.
- BIENIAWSKI, Z. T., 1968, The effect of specimen size on compressive strength of coal, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, **5**, 325-335.
- BUFE, C. G. and D. J. VARNES, 1993, Predictive modeling of the greater San Francisco Bay region, *J. Geophys. Res.*, **98**, 9871-9883.
- BUFE, C. G., S. P. NISHENKO and D. J. VARNES, 1994, Seismicity trends and potential for large earthquakes in the Alaska-Aleutian Region, *Pure Appl. Geophys.*, **142**, 83-99.
- BURRIDGE, R. and L. KNOPOFF, 1967, Model and theoretical seismicity, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **57**, 341-371.
- DAS, S. and C. H. SCHOLZ, 1981, Theory of time-dependent rupture in the earth, *J. Geophys. Res.*, **86**, 6039-6051.
- ESHELBY, J. D., 1957, The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems, *Proc. Roy. Soc., London A*, **241**, 376-396.
- GRIFFITH, A. A., 1920, The phenomena of rupture and flow in solid, *Phil. Trans. Roy. Soc., London A*, **221**, 163-198.
- HORI, T. and K. OIKE, 1996, A statistical model of temporal variation of seismicity in the inner zone of southwest Japan related to the great interplate earthquakes along the Nankai trough, *J. Phys. Earth*, **44**, 349-356.
- JOHNS, L. M. and P. MOLNAR, 1979, Some characteristics of foreshocks and their possible relationship to earthquake prediction and premonitory slip on faults, *J. Geophys. Res.*, **84**, 3596-3608.
- KNOPOFF, L., T. LEVSHINA, V. I. KEILIS-BOROK and C. MATTONI, 1996, Increased long-range intermediate-magnitude earthquake activity prior to strong earthquakes in California, *J. Geophys. Res.*, **101**, 5779-5796.

- LOCKNER, D. A. and T. MADDEN, 1991, A multiple-crack model of brittle fracture, 1. Non-time-dependent simulations, *J. Geophys. Res.*, **96**, 19,623-19,642.
- MATSUSHIMA, S., 1960, Variation of the elastic wave velocities of rocks in the process of deformation and fracture under high pressure, *Disas. Preven. Res. Inst. Kyoto Univ. Bull.*, **32**, 2-8.
- McCLINTOC, F. A. and H. J. MAYSON, 1976, Principal stress effects on brittle crack statistics, In "The effects of voids on material deformation" ed. by S. C. Cowin and M. M. Carroll, The American Society of Mechanical Engineers, 31-45.
- MOGI, K., 1962, Study of elastic shocks caused by the fracture of heterogeneous materials and its relation to earthquake phenomena, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **40**, 125-173.
- MOGI, K., 1963, The fracture of a semi-infinite body caused by an inner stress origin and its relation to the earthquake phenomena (second paper), *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **41**, 595-614.
- MOGI, K., 1969, Some features of recent seismic activity in and around Japan, 2, Activity before and after great earthquakes, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **47**, 395-417.
- 大塚道男, 1971, 地震の起こり方のシミュレーション, 第1部 一つの機械的モデル, *地震* **2**, **24**, 13-25.
- PRATT, H. R., A. D. BRACK, W. S. BROWN and W. F. BRACE, 1972, The effect of specimen size on the mechanical properties of unjointed diorite, *Rock Mech. Min. Sci.*, **9**, 513-529.
- SAITO, M., 1969, Forecasting time of slope failure by tertiary creep, *Proc. 7th Int. soil mechanics and foundation engineering* **2**, 677-683.
- SORNETTE, D. and C. G. SAMMIS, 1995, Complex critical exponents from renormalization group theory of earthquakes: Implications for earthquake predictions, *J. Phys. I (France)*, **5**, 607-619.
- TURCOTTE, D. L., 1986, Fractals and fragmentation, *J. Geophys. Res.*, **91**, 1921-1926.
- VARNES, D., 1989, Predicting earthquakes by analyzing accelerating precursory seismic activity, *Pure Appl. Geophys.*, **130**, 661-686.
- VOIGHT, B., 1988, A method for prediction of volcanic eruptions, *Nature*, **332**, 125-130.
- WEIBULL, W. A., 1939, A statistical theory of the strength of materials, *Ingvetenskakad Handl, Stockholm*, **151**, 5-45.
- YAMAMOTO, K., 1981, Theoretical determination of effective elastic constants of composite and its application to seismology, Doctoral Thesis, Tohoku Univ., pp. 199.
- 山本清彦, 1993, 微小破壊の強度分布による巨視的破壊強度の寸法効果の表現, 地球惑星科学関連学会, 合同大会予稿集, 149.
- YAMAMOTO, K., 1995, Strength distribution of micro-fracture elements in granites under compression test, *Proc. 3rd SEGJ/SEG Int. Symp.*, 327-334.
- 山本清彦・加藤尚之・平澤朋郎・山本英和, 1992, 微小破壊の強度分布による巨視的破壊強度の表現, 地震学会講演予稿集, No. 2, 266.