円形クラックモデルの 経験的グリーン関数法への応用

独立行政法人港湾空港技術研究所* 野 津 厚

An Application of Circular Crack Model for Empirical Green's Function Method

Atsushi Nozu

Independent Administrative Institution, Port and Airport Research Institute
3-1-1 Nagase, Yokosuka 239-0826, Japan

(Received July 2, 2002; November 20, 2003)

One of the major problems associated with the application of the empirical Green's function (EGF) method is that the Fourier spectrum of the synthetic ground motion shows a quite evident fall-off in the frequencies between the corner frequencies of the large and small events. For the purpose of solving this problem, the author proposes an application of Sato and Hirasawa's (1973) circular crack model to the EGF method. It is shown that the synthetic ground motion with this model does not show any evident fall-off from the ω^{-2} target spectrum, whose corner frequency is determined considering the rupture directivity effects. It is also revealed that the variable rise time assumed in the Sato and Hirasawa's model is the key to the solution of the problem. The validity of the model is discussed in terms of its final-slip distribution and the area of high-frequency generation. Furthermore, the author proposes modeling the rupture heterogeneities of a large earthquake with the "multiple circular asperity model". As an example, a multiple circular asperity model is constructed for the 1993 Kushiro-oki Earthquake.

Key words: empirical Green's function method, circular crack model, ω^{-2} model, rise time, The 1993 Kushiro-oki Earthquake

§ 1. はじめに

経験的グリーン関数法を強震動予測に適用する際の問題点の一つとして、合成波の振幅スペクトルの中間周波数帯域における落ち込みが挙げられる [入倉 (1994)]. この中間周波数帯域での落ち込みは、大地震と小地震のモーメントの比が大きいほど顕著であることが知られている [入倉 (1994)]. このことから、仮に小地震の観測記録が低周波成分から高周波成分まで十分な精度を有していたとしても、規模の小さい地震の観測記録を用いた大地震の波形合成には注意が必要である。しかしながら、その一方で、合成に用いようとする小地震の規模がやや大きい場合、合成の対象とする周波数帯域において、小地震の震源過程の影響が無視できなくなる。したがっ

て、観測精度が十分であるならば、できるだけ小さい地震の記録を用いることが望ましいという側面もある。このように、小地震記録の選択に関して二つの相矛盾する制約事項があるということは、小地震記録の選択の幅を狭めることにつながる。中間周波数帯域での落ち込みについては、本質的な解決が求められていると言える。

中間周波数帯域での落ち込みを避ける目的で入倉・釜江 (1993) は自己相似な不均質断層モデルを経験的グリーン関数法に導入している [入倉 (1994)]. この方法は、大地震の断層面上に異なるサイズの断層の分布を自己相似的に与え、それらのサイズに相当する小地震の地震動を重ね合わせて大地震時の強震動をシミュレートするというものであり、中間的なサイズに相当する小地震記録が無い場合には、より小さいサイズの小地震記録を用いて前もって合成しておく。この方法で、 ω^{-2} モデ

* 〒239-0826 横須賀市長瀬 3-1-1

Fig. 1. A schematic diagram showing the rectangular fault model, the receivers (A and B) and the coordinate system. The rupture initiates at the center of the rectangle and propagates radially at a constant rupture velocity v .

ルに従う小地震記録を用いて合成を行うと、合成波形のスペクトル形状は ω^{-2} モデルに従い、コーナー周波数以外に特定のサイズをもたないことが示されている [入倉 (1994)]. しかし、この方法による場合、大地震の断層面上における小断層の分布の与え方や、中間的なサイズの小断層に対する波形合成の仕方によっては、合成結果に任意性が生じることも事実である。

本稿では、中間周波数帯域での落ち込みに対する解決策の一つとして、Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデルを経験的グリーン関数法に応用することを提案する。以下においては、まず、中間周波数帯域での落ち込みの本質について考察を行う。次に、円形クラックモデルに基づく波形合成の定式化を行うとともに、単一の円形クラックに対して波形合成を行い、提案する手法が中間周波数帯域での落ち込みを防止する上で有効であることを示す。さらに、複数のアスペリティからなる大地震に対しては、個々のアスペリティを上述の円形クラックモデルで表現することを提案する。この方法を1993年釧路沖地震に適用し、提案法の有用性を示す。

§ 2. 中間周波数帯域での落ち込みの本質

まず、経験的グリーン関数法で中間周波数帯域での落ち込みが発生するような場合をとりあげ、中間周波数帯域での落ち込みの本質について考察する。

Fig. 1 は、ここで考える震源とサイトの位置関係を示した図である。いま密度 2.7 t/m^3 , S 波速度 3.2 km/s の一様な媒質中に $8 \text{ km} \times 8 \text{ km}$ の矩形的破壊領域を考え、破壊フロントは中心から同心円状に毎秒 2.8 km/s の速さで広がるものとする。最終滑り量は破壊領域内で一様であるとし、この矩形領域を同じ面積の円で置き換えたときに応力降下量がちょうど 10 MPa となるように最終滑り量を設定する (すなわち約 1.2 m)。この値は、最終滑り量と破壊領域の大きさとの関係が十分に現実的で

Fig. 2. A comparison between the simulated spectra for the rectangular fault model at the receiver A and the ω^{-2} target spectra for three cases, namely, the moment ratio of the target event and the subevent of 5^3 , 25^3 and 80^3 , respectively. The simulated spectra are obtained by the method proposed by Irikura (1986).

あるべきことを念頭において設定したものである。ライズタイムも破壊領域内で一様であるとする (1.2 s)。サイトは Fig. 1 の x - z 平面内に位置するものとし、 $\theta = 30^\circ$ の A 点と $\theta = 90^\circ$ の B 点を考える。

大地震のモーメント M_0 と小地震のモーメント m_0 の比が $5 \times 5 \times 5$, $25 \times 25 \times 25$ および $80 \times 80 \times 80$ の 3 つの場合を考える。大地震と小地震の応力降下量は等しいとする。小地震による地震動は ω^{-2} モデルに従うものとする。小地震のコーナー周波数は小地震の応力降下量と地震モーメントから Brune (1970, 1971) による次式で定める。

$$f_c = 4.9 \times 10^6 \beta (\Delta\sigma/m_0)^{1/3} \quad (1)$$

ここに S 波速度 β の単位は km/s, 応力降下量 $\Delta\sigma$ の単位は bar, 地震モーメント m_0 の単位は dyne·cm である。小地震の地震動を Irikura (1986) の方法で重ね合わせ、合成波形のスペクトルを ω^{-2} モデルと比較したものが Fig. 2 である (合成は A 点で行った)。ここでは変位のフーリエスペクトルを

$$U_0 = \frac{1}{4\pi r_0} \frac{M_0}{\mu} \frac{1}{\beta} F^s \quad (2)$$

で除して無次元化している。ここに r_0 は破壊開始点からサイトまでの距離, μ は媒質のせん断剛性, F^s はラディエーション係数である。同様の無次元化は本稿に示すすべてのフーリエスペクトルに適用している。ここで比較の対象としている ω^{-2} モデルのコーナー周波数は、大地震の応力降下量と地震モーメントから式 (1) で定め

た。モーメント比が 5^3 , 25^3 , 80^3 のいずれのケースにおいても、大地震のコーナー周波数よりも高周波側で合成波形のスペクトルに落ち込みが見られる。この中間周波数帯域での落ち込みは、入倉 (1994) において指摘されているように、大地震と小地震のモーメントの比が大きいほど顕著となっている。ところで、Fig. 2 には ω^{-3} の傾きを示す直線をプロットしている。中間周波数帯域でのスペクトルの落ち込みは、詳しく見ると、①スペクトルの包絡線が中間周波数帯域において ω^{-3} の傾きを示すこと、②包絡線からさらに谷状の落ち込みを示すこと、以上二つの効果の組み合わせであると見ることができ

る。さて、入倉・他 (1997) は、経験的グリーン関数法に用いる滑り速度時間関数の補正関数として、デルタ関数 $\delta(t)$ と指数関数 $\exp(-t/T)$ を組み合わせた補正関数を提案している (T は大地震のライズタイム)。この補正関数は、合成波の振幅スペクトルの $1/T$ (Hz) の倍数での落ち込みを防止できる特性を有している [入倉・他 (1997), 三宅・他 (1999)]。そこで、ここでは、滑り速度時間関数の補正関数だけを入倉・他 (1997) のものに変更し、それ以外の点では先の検討と全く同様の手順で、A 点における合成波形のスペクトルを求めた結果を Fig. 3 に示す。これを見ると、補正関数を変更したことによって、合成波形のスペクトルの山谷は多少目立たなくなるが、合成波形のスペクトルの包絡線が中間周波数帯域において ω^{-3} の傾きを示す問題は解決されないこ

Fig. 3. A comparison between the simulated spectra for the rectangular fault model at the receiver A and the ω^{-2} target spectra for three cases, namely, the moment ratio of the target event and the subevent of 5^3 , 25^3 and 80^3 , respectively. The simulated spectra are obtained by the method proposed by Irikura *et al.* (1997).

Fig. 4. A comparison among the simulated spectra for the rectangular fault model at the receiver A (EGF), the ω^{-2} target spectra, and the theoretical spectra for three cases, namely, the moment ratio of the target event and the subevent of 5^3 , 25^3 and 80^3 , respectively. The simulated spectra are obtained by the method proposed by Irikura *et al.* (1997). The theoretical spectra are obtained by numerically integrating the far-field S term of the theoretical Green's functions for a homogeneous isotropic elastic whole space.

とがわかる。

合成波形のスペクトルの包絡線が中間周波数帯域において ω^{-3} の傾きを示す理由について著者の考えを述べる。弾性波動論によると、高周波側で ω^{-3} の傾きを示す変位のスペクトルは、断層長さの有限性、断層幅の有限性、それにライズタイムの有限性に対応する3つのコーナー周波数の存在と関連づけられる [例えば Geller, 1976]。上記の検討で仮定している滑りの時空間分布は、まさに3つのコーナー周波数が存在し得るような条件の時空間分布であるから、中間周波数帯域でスペクトルの落ち込みが生じるのは、この帯域において合成波形のスペクトルが理論地震動のスペクトルを忠実に再現するためであると考えられる。高周波側では合成波形のスペクトルが理論地震動 (ω^{-3}) から離れるが、これは地震波の波長に対して断層面の分割が十分に細くないためであると解釈できる。Fig. 3において断層面の分割が細くなるほど合成結果がより高周波側まで ω^{-3} の傾きを示すことはこの考えを裏付けている。以上の考察をさらに検証するため、上記と同じ滑りの時空間分布を与えて、A点での理論地震動のフーリエスペクトルを計算した。これは解析的には与えられていないので、全無限弾性体の理論的なグリーン関数 (ただし far-field S 波の項) を断層面上で面積積分することにより計算した。このとき計算精度を確保するため断層面の分割数を

10000×10000とした。Fig. 4に計算結果を示すが、中間周波数帯域において経験的グリーン関数法の結果は理論地震動のスペクトルを忠実に再現していることが確認できる。

§ 3. 円形クラックモデルによる波形合成方法

上記の考察が正しいとすれば、あらかじめ ω^{-2} モデルに従う理論地震動を生成するような震源モデルを選択して用いることにより、経験的グリーン関数法による合成波形のスペクトルは中間周波数帯域においても ω^{-2} モデルに従うはずである。 ω^{-2} モデルに従うような理論地震動を生成する運動学的震源モデルの一つとして、Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデルがある。ここでは、Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデルを経験的グリーン関数法に应用することにより、中間周波数帯域での落ち込みの問題の解決を試みる。

まず、円形クラックモデルによる波形合成の定式化を行う。経験的グリーン関数法において標準的に用いられている矩形断層モデルでは、最終滑り量は破壊領域内で一様であるとされる。これに対し、Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデルでは、ポアソン比が 0.25 であるような無限媒質中の半径 ρ_0 の円形クラックで一様な応力降下が生じる場合の最終滑り量に関する解析解 [Eshelby, 1957] を採用している。この最終滑り量は次

式に示すように円の中心からの距離 ρ の関数となっている。

$$\Delta u(\rho) = (24/7\pi)(\Delta\sigma/\mu)(\rho_0^2 - \rho^2)^{1/2} \quad (3)$$

一方、経験的グリーン関数法において標準的に用いられている矩形断層モデルでは、ライズタイムも破壊領域内で一様であるとされる [例えば Irikura (1986), Dan *et al.* (1989)]. これに対し, Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデルでは、破壊フロントが円の中心から同心円状に広がるものとし、クラック上のある点を破壊フロントが通過してから破壊フロントが破壊停止端に到達するまでの時間をその点でのライズタイムとしている。

$$T(\rho) = (\rho_0 - \rho)/v \quad (4)$$

ここに v は破壊伝播速度である。このようにライズタイムを与えるので、クラックの端部ではライズタイムの短いインパルス状の滑り速度時間関数となる。

以上の円形クラックモデルに従って経験的グリーン関数法による波形合成を行うため、円形クラック内に同心円状に小断層を分布させる。半径方向の分割数を NR とし、内側から数えて i 番目の同心円の半径を $\rho_i = \rho_0 \times i/NR$ とする。小断層の密度をクラック内で一様に保つため、小断層が正三角形のパターンを構成するように配置する必要がある。内側から数えて i 番目の同心円上には $NT(i) = 6i$ 個の小断層を等間隔に配置する。 $i=0$ に対しては $NT(0)=1$ と定義する。クラック上の小断層

の数は合計 $3(NR-1) \times NR + 1$ 個となる。Fig. 5 は $NR=15$ の場合の小断層の分布状況を示す。

波形合成は次式に基づいて行う。

$$U(t) = \sum_{i=0}^{NR-1} \sum_{j=1}^{NT(i)} w_i(r/r_{ij}) f(t) * (Cu(t)) \quad (5)$$

$$w_i = d_i/d_m \quad (6)$$

$$d_i = (\rho_0^2 - \rho_i^2)^{1/2}/ND(i) \quad (7)$$

$$f(t) = \delta(t - t_{ij}) + \{1/n'/(1 - e^{-1})\} \times \sum_{k=1}^{(ND(i)-1)n'} [e^{-(k-1)/(ND(i)-1)/n'} \times \delta\{t - t_{ij} - (k-1)T_i/(ND(i)-1)/n'\}] \quad (8)$$

$$t_{ij} = (r_{ij} - r_0)/\beta + \rho_i/v \quad (9)$$

式 (5) において $U(t)$ は大地震による地震動、 $u(t)$ は小地震による地震動、 C は大地震と小地震の応力降下量の比、 $f(t)$ は大地震と小地震の滑り速度時間関数の違いを表現した補正関数、 r は小地震の震源からサイトまでの距離、 r_{ij} は ij 小断層からサイトまでの距離である。式 (6) において w_i は最終滑り量の分布を正しく表現するための重み係数、 d_m は重ね合わされるすべての小地震に対する d_i の平均値である。式 (7) において $ND(i)$ は時間軸方向の分割数である。式 (8) において T_i は i 番目の同心円におけるライズタイム、 n' は波形の重ね合わせの際に現れる見かけの周期性を除去するための任意の整数である。式 (9) において r_0 は破壊開始点からサイトまでの距離である。ライズタイム T_i が小断層により異なるところは、通常の矩形断層による経験的グリーン関数法と異なっており、本手法の一つの特徴となっている。時間軸方向の分割数 $ND(i)$ は、ライズタイム T_i に比例するように次式で与える。

$$ND(i) = a(NR - i) \quad (10)$$

以上の方法で重ね合わせると、重ね合わせ総数はちょうど aNR^3 となる。一方、クラック上の小断層の総数は約 $3NR^2$ である。小断層の総数は重ね合わせ総数の $2/3$ 乘に近いことが望ましいので $a \cong 3^{1.5} \cong 5$ とするのが良い。

以上の波形合成法により Sato and Hirasawa (1973) の最終滑り量分布が再現されることは、小断層ごとに滑り量を加算していけば確認できるが、応力降下量については、ある小断層での応力降下が周囲の小断層の応力状態を変化させるという事情があるので、小断層ごとに応力降下量を加算する方法では確認ができない。しかし、一般に弾性体の内部に生じるクラックでは応力降下量の分布と最終滑り量の分布は一对一の関係にあるので (ディリクレ境界条件とノイマン境界条件を同時に課することはできない), Sato and Hirasawa (1973) の最終滑り量分布が再現されている限り、応力降下量分布も同時に再現されているものと考えることができる。

Fig. 5. The small faults distributed over the circular crack for the purpose of applying the Sato and Hirasawa's (1973) circular crack model to the empirical Green's function method.

Fig. 6. A schematic diagram showing the circular crack model, the receivers (A and B) and the coordinate system. The rupture initiates at the center of the circle and propagates radially at a constant rupture velocity v .

式 (5)~(9) に示す円形クラックモデルに基づく波形合成法は、最終滑り量やライズタイムがクラック内で一様でないとしているので、矩形の破壊領域を用いる既往の波形合成法 [Irikura(1986), 入倉・他(1997)] と比較して一見複雑化しているように見える。しかし、クラック上の任意の点におけるライズタイムが幾何学的な関係から定まるようになっているので、モデルパラメタの数はむしろ減っている。中間周波数帯域での落ち込みを防止

できる方法としてすでに提案されている自己相似な不均質断層モデルを用いる方法 [入倉・釜江(1993), 入倉(1994)] と比較すると、本合成法はより簡便であり、また合成結果には任意性がない。

§ 4. 円形クラックモデルによる波形合成結果

上述の円形クラックモデルにより実際に波形合成を行う。Fig. 6 はここで考える震源とサイトの位置関係を示した図である。矩形断層に対する計算例 (Fig. 1) と同じように密度 2.7 t/m^3 、S 波速度 3.2 km/s の一様な媒質を仮定し、その中に円形の破壊領域を考える。破壊領域の面積が Fig. 1 の矩形断層と等しくなるように円の半径を設定した (約 4.5 km)。破壊フロントは円の中心から同心円状に毎秒 2.8 km/s の速さで広がるものとした。大地震のモーメントは Fig. 1 の例と同様とした。応力降下量は 10 MPa である。サイトは x - z 平面内に位置するものとし、 $\theta = 30^\circ$ の A 点と $\theta = 90^\circ$ の B 点を考える。

大地震のモーメント M_0 と小地震のモーメント m_0 の比が 5^3 , 25^3 および 80^3 の 3 通りの場合を考えた。大地震と小地震の応力降下量は等しいとした (すなわち $C=1$)。($M_0/m_0=5^3, 25^3, 80^3$ のとき、それぞれ $NR=3, 15, 48$ とした。

Fig. 7 に A 点 ($\theta = 30^\circ$) での合成結果を ω^{-2} モデルと比較して示す。ここで言うところの ω^{-2} モデルはコーナー周波数を Brune (1970, 1971) の式で定めたもので

Fig. 7. A comparison between the simulated spectra for the circular crack model at the receiver A and the ω^{-2} target spectra for three cases, namely, the moment ratio of the target event and the subevent of 5^3 , 25^3 and 80^3 , respectively. The simulated spectra are obtained based on the equations (5)~(9).

Fig. 8. The same as Fig. 7 except that randomness is included in the rupture time of small faults (see text).

ある。これを見ると、合成波形のスペクトル形状は中間的な周波数帯域も含め ω^{-2} モデルに従っており、当初意図したとおり、円形クラックモデルの導入により、中間周波数帯域での落ち込みの問題を解決できることがわかる。なお、Fig. 7 の合成結果で 10 Hz 以上に存在するピークは既存の波形合成法では表れないピークであるが、このピークは小断層の配置が規則的でありすぎるために生じるものであると考えられる。この考えが正しいなら、小断層の破壊時刻にランダムネスを与えることにより解消することができるはずである。そこで、実際に小断層の破壊時刻に $0 \sim \rho_0/v/NR$ の一様分布に従う遅れを与えて再度計算を行ったところ、Fig. 8 に示すように人工的なピークをほぼ解消することができた。以下において円形クラックモデルを用いる場合には、上記と同様のランダムネスを破壊時刻に与えることとする。

次に B 点 ($\theta=90^\circ$) での波形合成を行う。B 点は forward directivity の影響を強く受けるサイトである。ここで、合成結果の比較対象である ω^{-2} モデルについて補足する。 ω^{-2} モデルは地震モーメント M_0 とコーナー周波数 f_c の二つのパラメタからなるモデルであるが、このうち f_c は方位に依存する性質がある。B 点のように forward directivity の影響を受けるサイトでは、 f_c は比較的大きな値をとる。そこで、比較の対象としての ω^{-2} モデルを設定する際には、Brune (1970, 1971) の式によるのではなく、 f_c の方位依存性を考慮する必要がある。Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデルから生成される S 波の加速度スペクトルの短周期側でのフ

ラットレベル A_0 は、 $\theta=0^\circ$ の方位を除いては、Papageorgiou and Aki (1983) の式 (32) (33) (40) から次式で与えられる。

$$A_0 = \frac{1}{4\pi r_0} \frac{M_0}{\mu} \frac{1}{\beta} F_s \frac{3}{\sqrt{2}} \left(\frac{v}{\rho_0}\right)^2 \frac{\sqrt{1+k^2}}{k(1+k)(1-k)} \quad (11)$$

Fig. 9. The corner frequency obtained as a function of the angle θ (see Fig. 6) using the equations (12)-(14). The corner frequency obtained using the equation (1), which is independent of θ , is also plotted.

Fig. 10. A comparison between the simulated spectra for the circular crack model at the receiver B and the ω^{-2} target spectra for three cases, namely, the moment ratio of the target event and the subevent of 5^3 , 25^3 and 80^3 , respectively. The simulated spectra are obtained based on the equations (5)–(9) with randomness in the rupture time of small faults. The corner frequencies of the target spectra are determined by the equations (12)–(14).

ここに無次元量 k は次式で与えられる.

$$k = (v/\beta) \sin \theta \quad (12)$$

従って, 加速度スペクトルの短周期側でのフラットレベル A_0 と変位スペクトルの長周期側でのフラットレベル U_0 (式 2) との比は次式で与えられる.

$$\frac{A_0}{U_0} = \frac{3}{\sqrt{2}} \left(\frac{v}{\rho_0} \right)^2 \frac{\sqrt{1+k^2}}{k(1+k)(1-k)} \quad (13)$$

一方, ω^{-2} モデルではコーナー周波数 f_c と A_0/U_0 は次式により関連づけられる.

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{A_0}{U_0}} \quad (14)$$

そこで式 (13) により A_0/U_0 を求め, 式 (14) により f_c を求めればよい. $\rho_0 = 4.5 \text{ km}$, $v = 2.8 \text{ km/s}$, $\beta = 3.2 \text{ km/s}$ の条件の下で f_c を θ の関数として求め Fig. 9 に示す. 同図によれば, $\theta = 90^\circ$ のとき, forward directivity の影響で f_c は $\theta = 30^\circ$ のときよりも大きいことがわかる. Fig. 9 には同時に Brune (1970, 1971) の方法で求めた f_c (方位に依存しない) を示しているが, $\theta = 30^\circ$ のときには, どちらの方法で f_c を求めてもその値にはあまり差がない.

さて, B 点 ($\theta = 90^\circ$) での波形合成結果を, 方位に依存するコーナー周波数を有する ω^{-2} モデルと比較して Fig. 10 に示す. 同図に示すように合成結果には中間周波数帯域での落ち込みは見られず, ω^{-2} モデルと良く一

致している.

同じ B 点について, 矩形の破壊領域による合成結果を ω^{-2} モデルと比較して Fig. 11 に示す. 同図に示すように B 点についても矩形の破壊領域による合成結果には中間周波数帯域における落ち込みが見られ, 円形クラックモデルの有効性は明らかである.

§ 5. 議 論

5.1 なぜ中間周波数帯域での落ち込みが回避できるか

ここで, なぜ円形クラックモデルを用いると中間周波数帯域での落ち込みが回避できるのかを考察する. § 2 で述べたように, 高周波側で ω^{-3} の傾きを示す変位のスペクトルは, 断層長さの有限性, 断層幅の有限性, それにライズタイムの有限性に対応する 3 つのコーナー周波数の存在と関連づけられる [例えば Geller, 1976]. ところが, 矩形断層の場合 [Geller, 1976] のみならず, 円形クラックの場合も, 空間に関する 2 つのコーナー周波数と時間に関する 1 つのコーナー周波数が存在することには変わらない (Appendix 参照). したがって, 破壊領域の形状を矩形から円形に変更したことが中間周波数帯域での落ち込みの回避に結びついたとは考えにくい.

Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデルでは, ライズタイムをクラック内で非一様であるとしている. 具体的にはクラック上のある点を破壊フロントが通

Fig. 11. A comparison between the simulated spectra for the rectangular fault model at the receiver B and the ω^{-2} target spectra for three cases, namely, the moment ratio of the target event and the subevent of 5^3 , 25^3 and 80^3 , respectively. The simulated spectra are obtained by the method proposed by Irikura *et al.* (1997).

Fig. 12. A comparison between the simulated spectra for the circular crack model at the receiver A and the ω^{-2} target spectra for three cases, namely, the moment ratio of the target event and the subevent of 5^3 , 25^3 and 80^3 , respectively. The simulated spectra are obtained based on the equations (5)–(9) except that the rise time is assumed to be uniform over the circular crack (1.2 s). Randomness is included in the rupture time of small faults.

過してから破壊フロントが破壊停止端に到達するまでの時間をその点でのライズタイムとしている。この結果、破壊停止端付近ではライズタイムは著しく小さな値を示し、滑り速度時間関数はインパルス状となる。このように、クラック内のある部分において著しく小さなライズ

タイムが設定されていれば、クラック内の当該部分については時間に関するコーナー周波数が高周波側に移動するので、第三のコーナー周波数は事実上存在しないと考えることができる状況になり、S波のスペクトルが ω^{-2} モデルに従うものと考えられる。したがって、ライズタ

イムを破壊領域内で非一様としたことが中間周波数帯域での落ち込みを回避するうえで本質的な役割を果たしていると考えられる。

このことを検証するため、円形クラックモデルにおいて、ライズタイムだけをクラック内で一様 (1.2 s) とし、それ以外は前記と同じ条件で A 点における合成波形を計算し、Fig. 12 に示した。この場合、ライズタイムが一樣なので、時間軸方向の分割数 ND は円の中心からの距離に関係なく一つの値を用いることとした。総重ね合わせ数を大地震と小地震のモーメント比に近づけることと、小断層の数をモーメント比の $2/3$ 乗に近づけることを念頭におき、 $(M_0/m_0)=5^3, 25^3, 80^3$ のとき、それぞれ $NR=3, 15, 47, ND=7, 25, 79$ とした。同図に示すように、クラック内で一様なライズタイムを用いた場合には中間周波数帯域での落ち込みが再びあらわることから、ライズタイムの非一様性が中間周波数帯域での落ち込みを回避する上で本質的な役割を果たしていることがわかる。

なお、 ω^{-2} モデルに従う地震動を生成できる他の震源モデルとして Herrero and Bernard (1994) の k^{-2} モデルがあるが、そこでも“scale dependent”なライズタイムを与えること、すなわち、一部の小断層について小さなライズタイムを与えることが、 ω^{-2} モデルに従う地震動を生成する上で重要な要因となっているようである。

5.2 モデルの妥当性に関する考察

円形クラックモデルを用いる提案手法を、矩形的破壊領域を用いる従来の方法と比較しながら、その物理的妥当性について以下に整理する。

まず、破壊領域内での最終滑り量の分布については、破壊領域端部での連続条件を考えると、最終滑り量が非一様であるとする円形クラックモデルの方がより現実的であると思われる。単一クラックを考える場合のみならず、大地震の震源を複数のアスペリティでモデル化する場合も、アスペリティ内外の最終滑り量がアスペリティ端部で連続であると考えの方がより現実的であるように思われる。

次にライズタイムの非一様性について考察する。Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデルは運動学的なモデルであるので動力学モデルとの比較を行うことは重要であると考えられる。Madariaga (1976) は摩擦構成則を考慮しない場合の応力降下量が一樣な円形クラックについて滑り速度時間関数の数値解を差分法で求めており、ライズタイムは一樣でなく、破壊停止端付近ではライズタイムが短いとの結果を得ている。Day (1982) は摩擦構成則を考慮しない場合の応力降下量が一樣な矩形断層について滑り速度時間関数の数値解を差分法で求

めており、ライズタイムは一樣でなく、破壊停止端付近ではライズタイムが短いとの結果を得ている。中村・宮武 (2000) は、slip-weakening 摩擦則の作用する場合について、正方形のアスペリティが次々に破壊する場合の滑り速度時間関数の数値解を差分法で計算しているが、アスペリティ内で滑りが停止する時刻は破壊フロントがアスペリティを通過し終える時刻に支配されており、アスペリティの破壊停止端付近ではライズタイムが短いとの結果を得ている [中村・宮武 (2000) の Fig. 4(2)]。以上のように、破壊停止端付近でライズタイムが短い傾向は動力学モデルに共通して見ることができる。Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデルを適用すれば、以上のような動力学モデルの傾向と調和的な波形合成が可能であると言える。

最後に、高周波生成域について考察する。円形クラックモデルによる波形合成では、高周波成分は主に破壊停止端付近で発生することになる。Takeo and Irikura (1996) は 1993 年釧路沖地震について経験的グリーン関数を用いて加速度波形の包絡線に関するインバージョンを行い、震源域内の高周波生成域を求め、破壊中央部の滑り量の大きいところ [Takeo *et al.* (1993)] では高周波生成は小さく、破壊停止端付近の滑り量の小さいところで高周波の生成が大きいとしている。Takeo *et al.* (1996) は 1995 年兵庫県南部地震について同様の解析を実施し、神戸側では高周波の生成域が波形インバージョン [Sekiguchi *et al.* (1996)] で得られた滑り量の大きい部分を取り囲むように存在していると報告している。このような報告は、破壊停止端付近で高周波の生成される円形クラックモデルの採用を支持するものである。ただし、高周波の生成域については依然として議論の残るところである。例えば、Takeo *et al.* (1996) による 1995 年兵庫県南部地震の解析結果によると、淡路島側および破壊開始点付近では滑り量の大きい部分と高周波生成域はほぼ一致していると報告されている。このような現象の多様性を理解するためには、破壊停止端付近でなくても破壊伝播速度の急激な変化によって高周波成分が生成される [Sato, 1994] という点を考慮に入れる必要があるかも知れない。いずれにしても、高周波生成域の分布に注目した場合、Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデルに基づいて波形合成を行うことがより震源の物理に則しているかどうかという点については、議論の残るところである。

ところで、Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデルは $\theta=0$ の方位に特異性を有しており、この方位に放射される S 波のスペクトルは ω^{-1} モデルに従う [Sato and Hirasawa (1973)]。 $\theta=0$ の方位で S 波のスペ

Fig. 13. Location of the observation sites, the aftershock and the circular asperities assumed in this study for the 1993 Kushiro-oki Earthquake. The center of the asperity 1 coincides with the JMA hypo-center.

クトルが ω^{-1} モデルに従うのは円周上での破壊停止の情報と同時に到達するためであるが、現実にはありうる現象とは考えにくい。 $\theta=0$ でなくとも、 θ が0に近い方位($\pm 5^\circ$ の範囲)ではFig. 9に示すように方位依存型のコーナー周波数は著しく大きな値を示す。このように特異な方位が存在するという事は、このモデルを適用する上で注意を要する点であると思われる。ただし、 $|\theta| \leq 5^\circ$ となる方位が全方位に占める割合は0.4%に過ぎないので、十分な注意を払えば、致命的な問題にはならないと考えている。

§ 6. 複数円形アスペリティモデル

実際の大地震を経験的グリーン関数法でモデル化するには複数アスペリティモデルで表現することが多い[例えば釜江・入倉(1997), 三宅・他(1999), 池田・他(2002)]。その際、個々のアスペリティを表現するのに円形クラックモデルを用いることが考えられる。ここでは

Table 1. Parameters of the multiple circular asperity model constructed for the 1993 Kushiro-oki Earthquake.

	Asperity-1	Asperity-2	Asperity-3
Longitude of center (degree)	144.357	144.397	144.217
Latitude of center (degree)	42.917	42.837	42.847
Depth of center (km)	101	101	101
Strike (degree)	N159E	N159E	N159E
Dip (degree)	0	0	0
Radius(km)	8.0	4.0	8.0
Rupture starting time (s)*	0.0	3.4	4.9
Rupture velocity (km/s)	2.8	2.8	2.8
C	4.0	10.0	14.0
NR	4	2	4

*relative to the rupture starting time of asperity-1

1993年釧路沖地震について円形アスペリティモデルによるモデル化を行いその適用性を調べた。

1993年釧路沖地震については、既存の経験的グリーン関数法を用いた複数アスペリティモデルが提案されている[森川・笹谷(2002)]。ここではその結果や waveform inversionの結果[Ide and Takeo, 1996]を参照しながら、フォワードモデリングを行った。モデル化には釧路沖地震の最大余震(1993/2/4 23:43 $M_{JMA}=4.9$ 深さ94.7 km)を用いた。森川・笹谷(2002)と同様、0.3–10.0 Hzの帯域での加速度・速度・変位の各波形をモデル化の対象とした。

Fig. 13に、フォワードモデリングで得られた複数円形アスペリティモデルを示す。Table 1に複数円形アスペリティモデルのパラメータ一覧を示す。Fig. 14にMYR, AKS, URAの3地点(Fig. 13)での観測波と合成波の比較を示す。同図に示すように、0.3–10.0 Hzの帯域での加速度・速度・変位の各波形を一定の精度で再現する複数円形アスペリティモデルを構築することができた。特に、AKSの加速度波形の包絡線は既存のモデルでは十分に再現されなかったが[森川・笹谷(2002)]、提

Fig. 14. Comparison of the observed mainshock ground motion time histories (upper traces) and the synthetic time histories from the multiple circular asperity model shown in Fig. 13 (lower traces) at three sites, namely, MYR, AKS and URA. The accelerations, velocities and displacements are compared. All the time histories are band-pass filtered between 0.3 and 10 Hz.

案モデルでは良好に再現されている。これは、提案手法による場合、破壊停止端から発生するストッピングフェーズを評価できるためであると考えられる。それ以外の点については、波形の再現性は森川・笹谷(2002)と同程度であると思われる。この解析事例では、本震と余震の規模の違いは大きいものの、応力降下量の比 C も大きいので、重ね合わせ数はあまり大きな値とはなっていない。したがって中間周波数帯域での落ち込みを回避できる提案手法のメリットは、この解析事例では十分に生かされているとは言えない。本震と余震の規模の違いが大きく、しかも応力降下量の比 C が小さい場合に、提案手法のメリットがより生かされるものと思われる。

Table 1 に示したアスペリティの中でアスペリティ 3 は MYR および URA の波形に対しては最も支配的な影響を及ぼしており、森川・笹谷(2002)のモデルではアスペリティ 2 に対応すると思われる。森川・笹谷(2002)のアスペリティ 2 を面積の等しい円で置き換えたときの半径は 4.8 km 程度であり、提案モデルのアスペリティ 3 の方が 1.6 倍程度大きい。その理由の一つは、円形アスペリティでは最終滑り量がアスペリティ内で一様でないためである可能性がある。ライズタイムについては、アスペリティ内の最も端部に近い小断層で約 0.7 s となっており、この値は森川・笹谷(2002)の採用した 0.6 s に近い数字である。

§7. ま と め

本稿では、経験的グリーン関数法で合成波形の中間周波数帯域に落ち込みの生じる原因について先ず考察し、その結果を踏まえて、円形クラックモデルに基づく波形合成法を提案した。提案法は、方位に依存するコーナー周波数を有するような ω^{-2} モデルと整合する合成結果を与えることが確認された。提案法は、破壊停止端付近からのストッピングフェーズを表現できる点など、矩形の破壊領域を用いる従来の方法と比べ、震源の物理に対してより忠実である可能性もあると考えている。1993 年釧路沖地震について、個々のアスペリティを円形クラックで表現する複数円形アスペリティモデルの構築を試みたところ、加速度波形の包絡線については、既存のモデルよりもより再現性の良い結果を得た。

ただし、個々のアスペリティを表現するのに用いた円形クラックは縦横比や破壊開始点などの点で自由度が小さい。今後、より多くの地震について複数アスペリティモデルを構築しようとするれば、縦横比や破壊開始点についてより自由度をもたせることも必要であると思われる。その際、円形アスペリティの利点を失わないよう配慮することが重要であると思われるが、この点について

は今後の課題としたい。

謝 辞

MYR の強震記録は北海道大学の笹谷 努助教授より、AKS の強震記録は電力中央研究所の芝 良昭氏よりそれぞれ提供していただきました。URA の強震記録は気象庁の取得したものです。東京工業大学の盛川 仁助教授には本稿をまとめる際に適切な助言をいただきました。東京大学の井出 哲氏、および、二名の匿名査読者の修正意見により本稿は大きく改善されました。科学技術振興事業団重点研究支援協力員の佐藤陽子さんには原稿作成に御協力いただきました。ここに記して謝意を表します。

文 献

- Brune, J., 1970, Tectonic stress and the spectra of the seismic shear waves from earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **75**, 4997-5009.
- Brune, J., 1971, Correction, *J. Geophys. Res.*, **76**, 5002.
- Burridge, R. and L. Knopoff, 1964, Body force equivalents for seismic dislocations, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **54**, 1875-1888.
- Day, S. M., 1982, Three-dimensional finite difference simulation of fault dynamics: rectangular faults with fixed rupture velocity, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **72**, 705-725.
- Dan, K., T. Watanabe and T. Tanaka, 1989, A semi empirical method to synthesize earthquake ground motions based on approximate far-field shear-wave displacement, 日本建築学会構造系論文報告集, **396**, 27-36.
- Eshelby, J. D., 1957, The determination of a elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, *Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A* **241**, 376-396.
- Geller, R. J., 1976, Scaling relations for earthquake source parameters and magnitudes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **66**, 1501-1523.
- 池田隆明・釜江克宏・三輪 滋・入倉孝次郎, 2002, 経験的グリーン関数法を用いた 2000 年鳥取県西部地震の震源のモデル化と強震動シミュレーション, 日本建築学会構造系論文集, **561**, 37-45.
- Herrero, A. and P. Bernard, 1994, A Kinematic Self-Similar Rupture Process for Earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **84**, 1216-1228.
- Ide, S. and M. Takeo, 1996, The dynamic rupture process of the 1993 Kushiro-oki earthquake, *Journal of Geophysical Research*, **101**, 5661-5675.
- Irikura, K., 1986, Prediction of strong acceleration motions using empirical Green's functions, *Proc. 7th Japan Earthq. Eng. Symp.*, 151-156.
- 入倉孝次郎, 1994, 震源のモデル化と強震動予測, *地震* **2**, **46**, 495-512.
- 入倉孝次郎・香川敬生・関口春子, 1997, 経験的グリー

ン関数を用いた強震動予測方法の改良, 日本地震学会講演予稿集, No.2, B25.

入倉孝次郎・釜江克宏, 1993, ω^2 モデルのための震源のモデル化と経験的グリーン関数法による強震動予測, 地震学会講演予稿集, 2, 87.

Takehi, Y. and K. Irikura, 1996, Estimation of high-frequency wave radiation areas on the fault plane by the envelope inversion of acceleration seismograms, *Geophys. J. Int.*, **125**, 892-900.

Takehi, Y., K. Irikura and M. Hoshiba, 1996, Estimation of high-frequency wave radiation areas on the fault plane of the 1995 Hyogo-ken Nanbu earthquake by the envelope inversion of acceleration seismograms, *J. Phys. Earth*, **44**, 505-517.

釜江克宏・入倉孝次郎, 1997, 1995年兵庫県南部地震の断層モデルと震源近傍における強震動シミュレーション, 日本建築学会構造系論文集, **500**, 29-36.

Madariaga, R., 1976, Dynamics of an expanding circular fault, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **66**, 639-666.

Madariaga, R., 1977, High-frequency radiation from crack (stress drop) models of earthquake faulting, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **51**, 625-651.

三宅弘恵・岩田知孝, 入倉孝次郎, 1999, 経験的グリーン関数法を用いた1997年3月26日($M_{JMA}6.5$)及び5月13日($M_{JMA}6.3$)鹿児島県北西部地震の強震動シミュレーションと震源モデル, 地震2, **51**, 431-442.

森川信之・笹谷 努, 2002, 経験的Green関数法によるスラブ内地震の震源特性及び強震動評価, 月刊地球号外, **37**, 138-144.

森口繁一・宇田川銑久・一松 信, 1960, 岩波数学公式III, 202.

中村洋光・宮武 隆, 2000, 断層近傍強震動シミュレーションのための滑り速度時間関数の近似式, 地震2, **53**, 1-9.

Papageorgiou, A. S. and K. Aki, 1983, A specific barrier model for the quantitative description of inhomogeneous faulting and the prediction of strong ground motion. I. description of the model, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, 693-722.

Sato, T., 1994, Seismic radiation from circular cracks growing at variable rupture, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **84**, 1199-1215.

Sato, T. and T. Hirasawa, 1973, Body wave spectra from propagating shear cracks, *J. Phys. Earth*, **21**, 415-431.

Savage, J. C., 1974, Relation between P- and S-wave corner frequencies in the seismic spectrum, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **64**, 1621-1627.

Sekiguchi, H., K. Irikura, T. Iwata, Y. Takehi and M. Hoshiba, 1996, Minute locating of faulting beneath Kobe and the waveform inversion of the source process during the 1995 Hyogo-ken Nanbu, Japan, earthquake using strong ground motion records, *J. Phys. Earth*, **44**, 473-487.

Takeo, M., S. Ide and Y. Yoshida, 1993, The 1993 Koshiro-oki, Japan, earthquake, a high stress-drop event in a subducting slab, *Geophys. Res. Lett.*, **20**,

2607-2610.

Appendix

ここでは滑り速度時間関数が空間的に一様であるような円形クラック (Fig. A1) から生成される Far-field S 波のスペクトルが高周波側で ω^{-3} の傾きを示すことについて述べる. Fig. A1 に示すように, 半径 ρ_0 の円の中心から破壊フロントが一定速度 v で同心円状に拡大し, 円周に達して停止するものとする. 破壊フロント通過後の滑り速度時間関数は空間的に一様であるとする. このとき, 表現定理 [Burridge and Knopoff, 1964] によると, Far-field S 波による変位は次式で与えられる.

$$u(t) = \frac{1}{4\pi\beta} \frac{1}{r_0} F^s \iint dS \Delta v \left(\rho, t - \frac{r_0}{\beta} + \frac{\rho \sin \theta \cos(\phi - \phi_0)}{\beta} \right) \quad (\text{A1})$$

ここに $\Delta v(\rho, t)$ は中心からの距離が ρ の位置での滑り速度時間関数である. このフーリエ変換は次式で与えられる.

$$u(\omega) = \frac{1}{4\pi\beta} \frac{1}{r_0} F^s \exp[-i\omega(r_0/\beta)] \times \int_0^{\rho_0} \rho d\rho \Delta v(\rho, \omega) \times \int_{-\pi}^{\pi} d\phi \exp[i(\omega\rho/\beta) \sin \theta \cos(\phi - \phi_0)] \quad (\text{A2})$$

この二つの積分はベッセル関数を用いて次のように変形できる [Madariaga, 1976].

$$u(\omega) = \frac{1}{2\beta} \frac{1}{r_0} F^s \exp[-i\omega(r_0/\beta)] \times \int_0^{\rho_0} \rho d\rho \Delta v(\rho, \omega) \cdot J_0((\omega\rho/\beta) \sin \theta) \quad (\text{A3})$$

Fig. A1. A schematic diagram showing the circular crack model, the receiver and the coordinate system. The rupture initiates at the center of the circle and propagates radially at a constant rupture velocity.

ここで滑り速度時間関数が空間的に一様であるとの条件を用いると、

$$u(\omega) = \frac{1}{2\beta} \frac{1}{r_0} F^s \exp[-i\omega(r_0/\beta)] \cdot \Delta v(0, \omega) \quad (A4)$$

$$\times \int_0^{\rho_0} \rho \exp[-i(\omega\rho/v)] J_0((\omega\rho/\beta) \sin\theta) d\rho$$

ここで ρ から $x = \omega\rho$ への変数変換を行うと次式を得る。

$$u(\omega) = \frac{1}{2\beta} \frac{1}{r_0} F^s \exp[-i\omega(r_0/\beta)] \cdot \Delta v(0, \omega) \quad (A5)$$

$$\times \frac{1}{\omega^2} \int_0^{\rho_0\omega} x \exp[-i(x/v)] J_0((x/\beta) \sin\theta) dx$$

式 (A5) に含まれる定積分を求めることは容易でない。しかし、ベッセル関数に関する公式

$$\int_0^x x e^{-iax} J_0(bx) dx = -\frac{a}{(a^2 - b^2)^{3/2}} \quad (a > b > 0) \quad (A6)$$

を用いれば、 ω が十分に大きいとき、式 (A5) に含まれる定積分は収束することがわかり、 ω が十分に大きい場合のスペクトルの近似式として次式を得る。

$$|u(\omega)| \cong \frac{1}{2\beta} \frac{1}{r_0} F^s \cdot |\Delta v(0, \omega)| \cdot \frac{1}{\omega^2} \frac{v^2}{(1 - \xi^2)^{3/2}} \quad (A7)$$

ここで Savage (1974) に倣って

$$\xi = (v/\beta) \sin\theta \quad (A8)$$

とおいた。式 (A7) から、スペクトルは高周波側で ω^{-3} の傾きを示すことがわかる。コーナー周波数は、1 つは明らかに滑り速度時間関数に関するものである。残りの 2 つを知るために、式 (A5) から滑り速度時間関数の寄与を取り除いたスペクトルについて、低周波側と高周波側の漸近線の交点を求めると、

$$\omega_c = \sqrt{2} (v/\rho_0) / (1 - \xi^2)^{3/4} \quad (A9)$$

と求まるが、これは空間的な要因で定まるものである。以上のことから、矩形断層の場合 [Geller, 1976] のみならず、円形クラックの場合も、空間に関する 2 つのコー

ナー周波数と時間に関する 1 つのコーナー周波数が存在すると言える。なお、式 (A6) の公式は、森口・他 (1960) の公式

$$\int_0^x e^{iax} J_0(bx) dx = \frac{i}{\sqrt{a^2 - b^2}} \quad (a > b > 0) \quad (A10)$$

において両辺の共役複素数を取り、 a で微分すれば得られる。

Savage (1974) は、同じ問題について、式 (A5) の積分を数値的に実行することにより数値解を得ており、高周波側でのスペクトルの傾きは $\omega^{-5/2}$ であるとしている。これは上記の結果と異なるが、解析的に得られた上記の結果がより信頼性があると考えて良いだろう。

Madariaga (1977) は「高周波成分の成因は破壊速度の変化、とりわけ破壊伝播の急激な停止である」と述べているが、ここで取り扱ったモデルでは、破壊伝播そのものは急激に停止するにも関わらず、スペクトルの高周波側での傾きは ω^{-3} となっており、高周波成分の生成は少ない。このことは Madariaga の命題と一見矛盾するように見えるが、この見かけ上の矛盾は、運動学的断層モデルにおいて断層面上での滑りの時空間分布が任意に仮定されることから生じている。もともと Madariaga の命題は、クラック端部における応力状態が動力学断層モデルで仮定されるような状態である（具体的には $\sigma \propto x^{-1/2}$ ）との前提で導かれており、この前提が満たされない運動学的断層モデルに対しては、Madariaga の命題は必ずしも真ではない。ここで取り扱ったモデルと Sato and Hirasawa (1973) の円形クラックモデル（高周波側で ω^{-2} ）との比較から、運動学的断層モデルを対象とする場合には、「破壊停止端付近でライズタイムが短い場合に高周波成分が生成される」と解釈することがより適切であると考えられる。