粒子軌跡のモデル化法による レイリー波の伝播方向の一推定方法

埼玉大学地圏科学研究センター* 楊 仲元・川上 英二

California Department of Conservation,
Office of Strong Motion Studies** Hamid R. HADDADI

埼玉大学理工学研究科*** 孫 耀南

A Method of Estimating Propagation Direction of Rayleigh Waves by Modeling Particle Motions

Zhongyuan YANG and Hideji KAWAKAMI

Geosphere Research Institute, Saitama University
255 Shimo-ohkubo, Sakura-ku, Saitama-shi 338-8570, Japan

Hamid R. HADDADI

California Department of Conservation, Office of Strong Motion Studies
801 K Street, Sacramento, CA 95814, USA

Yaonan SUN

Graduate School of Science and Engineering, Saitama University
255 Shimo-ohkubo, Sakura-ku, Saitama-shi 338-8570, Japan

(Received May 29, 2003; Accepted May 25, 2004)

The methods for extracting the relationships between seismic waveforms are often used to investigate ground wave propagation properties because of the complexity of actual ground motions. In this paper, the method of normalized input-output minimization (NIOM) is modified so that the predominant frequency of the modeled ground motions is similar to that of the observed ground motions and so that the band-pass filter can be used. This modified NIOM method is applied to the vertical and horizontal components of seismographs observed at the ground surface during a distant earthquake occurred in Tibet-India border region and recorded worldwide, and the average motion of soil particles is studied. We estimate the direction of wave propagation from that with the largest amplitude obtained by the NIOM method. We find that the estimated direction is similar to the great-circle direction. We also find that the average particle motion modeled by the modified NIOM method is similar to the theoretical particle motion of Rayleigh waves in a semi-infinite medium.

Key words: Wave propagation, Waveform analysis, Rayleigh waves, Spectral analysis, Surface waves.

§1. 序 文

従来、地震動に含まれる波動の種類を推定し、波動の伝播特性を検討する方法として、位相または群速度を用

いる方法がある[Tanimoto and Anderson (1985), Barker *et al.* (1996), Chael (1997)]. 本方法は、位相の情報を中心に使用する方法であり、観測された地震動から位相速度、群速度を求め、表面波などの分散曲線の理論値と比較する方法である。また、地震動の多地点での観測であるアレー観測結果から、F-K (振動数-波数) スペク

*.*** 〒338-8570 さいたま市桜区下大久保 255

** 801 K Street, Sacramento, CA 95814 USA

トル法により波動の空間的な伝播の状況やこの地盤条件との対応を検討する方法は有効な方法である [Capon (1969)].

一方、粒子軌跡に基づき波動の種類や伝播特性を検討する方法も有効な方法であると考えられる。しかし、地震観測波形は、一般に色々なモードの表面波やP波・S波の実体波が混ざった複雑な波形を示すため、含まれる波動の種類や性質を調べるためには、観測波形を単純化することが必要である。従来よく用いられてきた相互相関関数やインパルス応答に基づく方法は観測波形を単純化する方法である [Yamanaka and Katayama (1998)].

しかし、相互相関関数では、特に卓越周期が長い場合には波動の分解能が悪く、振動数領域のフィルターの上下限を適切に設定する工夫が行われているが、ある振動数成分以下をカットするか否かという単純な方法では分解能を十分に向上できない。また、インパルス応答では雑音が全く含まれない場合には良好な解が得られるが、雑音が含まれる場合には、入力振幅が非常に小さいが出力が有限であるような振動数が存在することがあり、この振動数での伝達関数が非常に大きくなり、この振動数が卓越したインパルス応答が求められる。このように、相互相関関数やインパルス応答に基づく方法では、良好な解が得られない場合がある [Kawakami and Haddadi (1998), Haddadi and Kawakami (1998)].

近年著者らが提案している2つの方法 Simplified Input Output Relation Method (SIORM) [Kawakami and Bidon (1997)] と Normalized Input-Output Minimization (NIOM) Method [Kawakami and Haddadi (1998), Haddadi and Kawakami (1998)] は、複数の信号間を線形の伝達関数で結びこれらの相関を検討する方法であり、従来の相互相関関数やインパルス応答に基づく方法に比べ、上記問題点を解決した新しい1つの信頼性の高い方法である。

本論文では、まず従来のNIOM法を改良し、観測波形をモデル化した波形 (NIOM法で算定した最小自乗振幅波形であり、本論文では「モデル波形」または単に「モデル」と呼ぶことにする) と観測波形とのスペクトルが類似するように式を展開した。また、与えられた振動数帯域内のモデル波形を作成する方法を展開し、従来の相互相関関数またはインパルス応答による方法との関係を考察した。

次に、観測波形としては、遠地地震による観測波形を使用し、各観測地点における上下成分と水平成分に改良NIOM法を適用し、粒子軌跡を単純化した。そして、振幅が最大値を示す方向から波動の伝播方向を推定し、この推定値と、震央と観測地点を含む大円の方角とを比較

した。そして、改良されたNIOM法は、粒子軌跡を単純にモデル化し、波動の伝播方向を推定するための新しい1つの簡単な方法となりうることを示した。

§2. 解析方法

NIOM法はKawakami and Haddadi (1998)が提案した方法であり、鉛直アレイにおいて異なる深度で得られた地震記録に適用されてきた。異なる深度における同一方向の観測波形がそれぞれ入力および出力と呼ばれ、これらの関係が検討され、本方法が波動伝播を解析する方法となり得ることが示された。ただし、本方法では入力と出力という言葉が用いられてはいるが、これらが物理的な原因と結果を表す関係にある必要はなく、相関を有するものなら解析できることが示されている。

本論文では、NIOM法を、異なる深度における同一方向の観測波形の代わりに、地表面 (同一地点、同一深度) で得られた地震記録の上下動と水平動の間に適用した。もとより、これらの間には、空間的な「波動伝播」の概念は物理的に存在しない。また、一般に例えばフィードバックシステムなどの複雑な実際のシステムでは、観測された波形はすべて異なる出力である場合が多い。特に本論文で対象にした上下動と水平動は物理的な原因と結果を表すものでは当然ないため、入力と出力という表現は妥当ではない。このため、本論文ではNIOM法における入力を上下動に、出力を水平動に言い換えて、式を展開した。そして、各観測地点での地震動の上下および水平成分の相関をモデル化した。ここで、上下動を入力 (基準) として選んだ理由は、水平方向は2方向あるのに対し、上下方向は1方向であり、基準の波形として扱いやすいためである。

2.1 従来のNIOM法の概要

NIOM法は定常線形システムの振動数領域での理論に基づいており、上下動観測波形 $f(t)$ と水平動観測波形 $g(t)$ のフーリエ変換、それぞれ $F(\omega_i)$ と $G(\omega_i)$ 、を伝達関数 $H(\omega_i)$ で次式のように関係付けている。まず、伝達関数 $H(\omega_i)$ を観測波形と (1) 式を用いて計算する。

$$G(\omega_i) = H(\omega_i)F(\omega_i) \quad (1)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N-1, \omega_i = \frac{2\pi i}{N\Delta t})$$

ただし、 Δt はサンプリング間隔、 N はサンプル数である。

伝達関数はシステムの物理的特性だけに依存するので、モデル化された上下動と水平動の間にも同様な次の関係が成り立つものと仮定する。

$$Y(\omega_i) = H(\omega_i)X(\omega_i) \quad (2)$$

ただし、モデル化された上下動と水平動を、すなわち時

間の関数としての $x(t)$ と $y(t)$ を, また, それぞれのフーリエ変換である $X(\omega_i)$ と $Y(\omega_i)$ を, 以降では, 「上下動モデル」と「水平動モデル」と呼ぶことにする.

上下動モデル $X(\omega_i)$ の離散フーリエ変換は次式で与えられる.

$$x(m\Delta t) = \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) e^{j(2\pi im/N)} \quad (3)$$

ここで, 任意の時刻で, 例えば $t=0$ で, すなわち $m=0$ で, 上下動モデルの振幅は 1 に規準化されていると仮定すると, (3) 式から次式が得られる.

$$\frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) = 1 \quad (4)$$

ラグランジェ未定係数法を用いて, 上下動モデルと水平動モデルのフーリエ振幅の自乗和を (4) 式の条件付きで最小化することを考える. まず, 次の関数を考える.

$$L = \sum_{i=0}^{N-1} \{ |X(\omega_i)|^2 + |Y(\omega_i)|^2 \} - \lambda \left[\frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) - 1 \right] \quad (5)$$

ただし, λ はラグランジェの乗数である. そして, 上下動モデルと水平動モデルは (5) 式を最小化することによ

り求められる. $X(\omega_i)$ は (2) 式を (5) 式に代入し, 以下の条件により求められる.

$$\frac{\partial L}{\partial X(\omega_i)} = \frac{\partial L}{\partial X^*(\omega_i)} = 0 \quad (6)$$

結局, 上下動モデルと水平動モデルは次式で得られる.

$$X(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{1}{1 + |H(\omega_i)|^2}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{1 + |H(\omega_n)|^2}} \quad (7)$$

$$Y(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{H(\omega_i)}{1 + |H(\omega_i)|^2}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{1 + |H(\omega_n)|^2}} \quad (8)$$

(8) 式は (7) 式で得られた単純化された上下動モデルに対する線形システムの応答 ((2) 式参照) に対応している. 本方法は Normalized Input-Output Minimization (NIOM) 法 [Kawakami and Haddadi (1998), Haddadi and Kawakami (1998)] と呼ばれている.

(5) 式は, 上下動と水平動の 2 乗和を (4) 式の条件の下で最小にする式であるが, レイリー波では, 例えば上下動と水平動の楕円率は, 周波数に依存した値になるなど

Fig. 1. Epicenter of the March 28, 1999 earthquake and seismic stations. The thick solid arrows indicate the propagation directions of Rayleigh waves estimated by the NIOM method, while the dashed lines indicate the directions along the great-circle paths on the Earth.

の物理的力学的特性を本解析では仮定していない。

2.2 上下・水平動モデルと観測波形のスペクトルの類似化

前節に示した従来の NIOM 法では伝達関数（水平動と上下動の「比」）だけしか考慮していないので、上下・水平動モデルの卓越振動数（またはスペクトル）が観測波形の卓越振動数（またはスペクトル）と非常に異なって求められる場合も多い。本問題を解決するため、上下

動モデルの自乗値（すなわち、フーリエ振幅スペクトルの自乗値） $|X(\omega_i)|^2$ を上下動観測波形のフーリエ変換の自乗値 $|F(\omega_i)|^2$ で割ったものを考えた。同様に、水平動モデルの自乗値 $|Y(\omega_i)|^2$ を水平動観測波形のフーリエ変換の自乗値 $|G(\omega_i)|^2$ で割ったものを考えた。すなわち、 $|X(\omega_i)|^2/|F(\omega_i)|^2$ と $|Y(\omega_i)|^2/|G(\omega_i)|^2$ を考えた。

実際の定式化においては、 $|X(\omega_i)|^2/|F(\omega_i)|^2$ と $|Y(\omega_i)|^2/|G(\omega_i)|^2$ の代わりにそれぞれ、パラメータ s ($0 \leq s \leq 1$) を

Table 1. Locations of seismic stations and digitized records of March 28, 1999 earthquake [Incorporated Research Institutions for Seismology (IRIS)].

Station	Latitude coordinate	Longitude coordinate	Number of samples	Sampling rate, s	Start time h:m:s	Location of seismometer
ASCN	7.932 S	14.360 W	4080	1.0	19:15:29	GL
BOSA	28.613 S	25.416 E	3180	1.0	19:15:06	GL
CTAO	20.088 S	146.254 E	3180	1.0	19:16:31	GL
DUG	40.195 N	112.813 W	4157	1.0	19:18:39	GL
FFC	54.725 N	101.978 W	4080	1.0	19:14:10	GL
NEW	48.263 N	117.120 W	3849	1.0	19:17:59	GL
PAB	39.546 N	4.348 W	2644	1.0	19:15:05	GL
YSS	46.958 N	142.761 W	2069	1.0	19:13:13	GL

Fig. 2. EW, NS, and UD components of ground motion recorded at station BOSA during the earthquake $M6.6$ of March 28, 1999 [Incorporated Research Institutions for Seismology (IRIS)].

Fig. 3. EW, NS, and UD components of ground motion recorded at station PAB during the earthquake M6.6 of March 28, 1999 [Incorporated Research Institutions for Seismology (IRIS)].

導入し、より一般的な関数である $|X(\omega_i)|^2/|F(\omega_i)|^{2s}$ と $|Y(\omega_i)|^2/|G(\omega_i)|^{2s}$ を考えた。 $s=1$ の場合、各振動数におけるモデルの振幅は観測波形の振幅に強く依存し、一方、 $s=0$ の場合には、従来の NIOM 法と全く同じである。このように、 s の値を変えることにより、上下・水平動モデルのスペクトルの観測波形への類似度を変えることが可能である。

ラグランジェ未定係数法を用いることにより、(4) 式の条件下でモデルと観測地震波形のフーリエ振幅スペクトルの比の自乗和を最小化する。すなわち、まず次の関数を考える。

$$L = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ \frac{|X(\omega_i)|^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} + \frac{|Y(\omega_i)|^2}{|G(\omega_i)|^{2s}} \right\} - \lambda \left[\frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) - 1 \right] \quad (9)$$

ただし、 λ はラグランジェの乗数である。上下・水平動モデルは(9)式を最小化することにより求められる。前節の場合と同様に、(2)式を(9)式に代入し、(6)式を用いることにより L を最小化し、上下動モデル $X(\omega_i)$ を次式のように求めることができる。

$$X(\omega_i) = N\Delta t \frac{1}{\frac{1}{|F(\omega_i)|^{2s}} + \frac{|H(\omega_i)|^2}{|G(\omega_i)|^{2s}}} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\frac{1}{|F(\omega_n)|^{2s}} + \frac{|H(\omega_n)|^2}{|G(\omega_n)|^{2s}}} \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (10)$$

水平動モデルは(10)式を(2)式に代入し線形システムの応答を求めることにより、次式のように求められる。

$$Y(\omega_i) = N\Delta t \frac{1}{\frac{1}{|F(\omega_i)|^{2s}} + \frac{|H(\omega_i)|^2}{|G(\omega_i)|^{2s}}} H(\omega_i) \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\frac{1}{|F(\omega_n)|^{2s}} + \frac{|H(\omega_n)|^2}{|G(\omega_n)|^{2s}}} \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (11)$$

改良 NIOM 法による(10)(11)式は、 $s=0$ の場合、従来の NIOM 法による(7)(8)式とそれぞれ一致している。

Fig. 4. NIOM results for stations ASCN, BOSA, FFC, and PAB ($s=0.5$).

2.3 平滑化

NIOM 法による上下・水平動モデルを平滑化するため、 $x(t)$ と $y(t)$ だけでなくこれらの時間微分である $dx(t)/dt$ と $dy(t)/dt$ も考慮し、これらのフーリエ振幅スペクトルの自乗値の重み付き和を最小化する。この場合、ラグランジェ未定係数法を用いると以下の式を得る。

$$L = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ c_0 \frac{|X(\omega_i)|^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} + k_0 \omega_i^2 \frac{|X(\omega_i)|^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} + c_1 \frac{|Y(\omega_i)|^2}{|G(\omega_i)|^{2s}} + k_1 \omega_i^2 \frac{|Y(\omega_i)|^2}{|G(\omega_i)|^{2s}} \right\} - \lambda \left\{ \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) - 1 \right\} \quad (12)$$

ただし、 c_0, k_0, c_1, k_1 は重み係数であり、本式では (4) 式の条件が用いられている。

2.4 多変数システムへの拡張

次に、観測波形が 2 つ（1 上下動と 1 水平動）ではなく 3 つ以上の波形を同時に解析する場合には、本方法を拡張する必要がある。本場合には、多線形システムを考え、ラグランジェ未定係数法を用いると次式を得る。

$$L = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ c_0 \frac{|X(\omega_i)|^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} + k_0 \omega_i^2 \frac{|X(\omega_i)|^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} \right.$$

$$\left. + \sum_{l=1}^M \left\{ c_l \frac{|Y_l(\omega_i)|^2}{|G_l(\omega_i)|^{2s}} + k_l \omega_i^2 \frac{|Y_l(\omega_i)|^2}{|G_l(\omega_i)|^{2s}} \right\} \right\} - \lambda \left\{ \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) - 1 \right\} \quad (13)$$

ただし、 $c_0 \sim c_M$ は 1 つの上下動 $x(t)$ と M 個の水平動 $y_l(t)$ ($l=1, 2, \dots, M$) の重み係数であり、 $k_0 \sim k_M$ はこれらの時間微分の重み係数である。

(13) 式とシステム l の伝達関数

$$H_l(\omega_i) = \frac{Y_l(\omega_i)}{X(\omega_i)} \quad l=1, 2, \dots, M \quad (14)$$

に基づき、ラグランジェ未定係数法を用いると次式を得る。

$$L = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ \frac{c_0 + k_0 \omega_i^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} + \sum_{l=1}^M \frac{(c_l + k_l \omega_i^2) |H_l(\omega_i)|^2}{|G_l(\omega_i)|^{2s}} \right\} \times X(\omega_i) X^*(\omega_i) - \lambda \left\{ \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=0}^{N-1} X(\omega_i) - 1 \right\} \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (15)$$

(6) 式を用い L を最小化すると次式で表される上下動モデル $X(\omega_i)$ と水平動モデル $Y_l(\omega_i)$ を得る。

 Fig. 5. NIOM results for stations CTAO, DUG, NEW, and YSS ($s=0.5$).

$$X(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{1}{\frac{c_0 + k_0 \omega_i^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} + \sum_{m=1}^M \frac{c_m + k_m \omega_i^2}{|G_m(\omega_i)|^{2s}} |H_m(\omega_i)|^2}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\frac{c_0 + k_0 \omega_n^2}{|F(\omega_n)|^{2s}} + \sum_{m=1}^M \frac{c_m + k_m \omega_n^2}{|G_m(\omega_n)|^{2s}} |H_m(\omega_n)|^2}} \quad (16)$$

$$Y_l(\omega_i) = N\Delta t \frac{\frac{H_l(\omega_i)}{\frac{c_0 + k_0 \omega_i^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} + \sum_{m=1}^M \frac{c_m + k_m \omega_i^2}{|G_m(\omega_i)|^{2s}} |H_m(\omega_i)|^2}}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\frac{c_0 + k_0 \omega_n^2}{|F(\omega_n)|^{2s}} + \sum_{m=1}^M \frac{c_m + k_m \omega_n^2}{|G_m(\omega_n)|^{2s}} |H_m(\omega_n)|^2}} \quad (17)$$

ただし、 $0 \leq s \leq 1$ であり、 $i=0, 1, \dots, N-1$ である。

2.5 バンドパスフィルター

実際に上下・水平動モデルを求めてみると上下・水平動モデルの高振動数成分または低振動数成分を取り除きたい場合、または、振動数帯域ごとに上下・水平動モデルを求めたい場合がある。これらの場合には (4) 式を次式のように修正する。

$$\frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=K_L}^{K_H} X(\omega_i) = 1 \quad (18)$$

ただし、 $0 \leq K_L \leq K_H \leq N-1$ であり、 K_L と K_H はそれぞれローカット振動数、ハイカット振動数に対応した整数である。この場合、(13) 式は次式のように修正される。

$$L = \sum_{i=K_L}^{K_H} \left[c_0 \frac{|X(\omega_i)|^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} + k_0 \omega_i^2 \frac{|X(\omega_i)|^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} + \sum_{l=1}^M \left\{ c_l \frac{|Y_l(\omega_i)|^2}{|G_l(\omega_i)|^{2s}} + k_l \omega_i^2 \frac{|Y_l(\omega_i)|^2}{|G_l(\omega_i)|^{2s}} \right\} \right] - \lambda \left\{ \frac{1}{N\Delta t} \sum_{i=K_L}^{K_H} X(\omega_i) - 1 \right\} \quad (19)$$

前節と同様に、ラグランジェ未定係数法を用いることにより次式を得る。

Fig. 6. Peak-to-trough differences in NIOM results obtained at stations ASCN, BOSA, FFC, and PAB.

$$X(\omega_i) = \begin{cases} N\Delta t \frac{\frac{1}{\frac{c_0 + k_0 \omega_i^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} + \sum_{m=1}^M \frac{c_m + k_m \omega_i^2}{|G_m(\omega_i)|^{2s}} |H_m(\omega_i)|^2}}{\sum_{n=K_L}^{K_H} \frac{1}{\frac{c_0 + k_0 \omega_n^2}{|F(\omega_n)|^{2s}} + \sum_{m=1}^M \frac{c_m + k_m \omega_n^2}{|G_m(\omega_n)|^{2s}} |H_m(\omega_n)|^2}} & K_L \leq i \leq K_H \\ 0 & i < K_L \text{ または } i > K_H \end{cases} \quad (20)$$

$$Y_i(\omega_i) = \begin{cases} N\Delta t \frac{H_i(\omega_i) \frac{1}{\frac{c_0 + k_0 \omega_i^2}{|F(\omega_i)|^{2s}} + \sum_{m=1}^M \frac{c_m + k_m \omega_i^2}{|G_m(\omega_i)|^{2s}} |H_m(\omega_i)|^2}}{\sum_{n=K_L}^{K_H} \frac{1}{\frac{c_0 + k_0 \omega_n^2}{|F(\omega_n)|^{2s}} + \sum_{m=1}^M \frac{c_m + k_m \omega_n^2}{|G_m(\omega_n)|^{2s}} |H_m(\omega_n)|^2}} & K_L \leq i \leq K_H \\ 0 & i < K_L \text{ または } i > K_H \end{cases} \quad (21)$$

もとより、本解析ではバンドパスフィルタの形状を通過域で1、遮断域で0と仮定している。しかし、通常は、遮断周波数近傍にテーバを設けてスペクトル振幅を徐々に

低減させる処理（テーパ処理）が施される。本論文の定式化にこの処理を含め同様な式を展開することは可能である。

2.6 重み係数

(13)(19)式において上下動と水平動を対等に扱うことにすると、これらに対する重み係数である c_0 と $c_1 \sim c_M$ はすべて1に設定できる。また、モデルの波形とそれを時間で微分した波形の重み係数の比が上下動と水平動に対して等しい場合を考えると、 $k_1 \sim k_M$ は次式により求められる。

$$\frac{k_0}{c_0} = \frac{k_1}{c_1} = \dots = \frac{k_M}{c_M} \quad (22)$$

この場合、結局、重み係数としては、 k_0 だけを与える必要があるが、 k_0 を増加させることは上下・水平動モデルの高振動成分の振幅を減少させることに相当する [Kawakami and Haddadi (1998), Haddadi and Kawakami (1998)] が、実際の設定に際しては試行錯誤が必要である。

2.7 NIOM法と相互相関関数、インパルス応答との関係

本節では、NIOM法と従来の相互相関関数またはインパルス応答による方法との関係を比較する。これら3つ

Fig. 7. Peak-to-trough differences in NIOM results obtained at stations CTAO, DUG, NEW, and YSS.

の方法ではいずれも、(2)式の伝達関数は満足されている。上下動の自己相関関数と上下・水平動間の相互相関関数との間は伝達関数で関係づけられており、インパルス入力と応答との間も伝達関数で関係づけられている。また、自己相関関数の振幅も1に基準化でき、インパルス入力の振幅も1に基準化できる。

主な違いは、スペクトルである。自己相関関数のスペクトルは上下動観測波形のスペクトルに等しく、(1)(2)式で $|X(\omega_i)| = |F(\omega_i)|$ である。また、インパルス入力デルタ関数であり、そのスペクトルは一定、つまり(2)式で $|X(\omega_i)|$ は定数である。

一方、NIOM法による上下動のスペクトルは(16)(20)式で求められるものであり、モデル化された上下動と水平動のパワー、すなわち(振幅)²の合計を最小にするように(6)式のように L を最小化して決定したものである。自己相関関数と異なり、観測波形と幾分(パラメータ s でその程度を変化させている)異なるスペクトルを用いることにより、上下動および水平動モデルを単純化(自乗振幅を条件付最小化)させている。つまり、自乗振幅を最小にすることにより継続時間が短く振幅が小さい、しかし上下動の振幅は1であり相関(伝達関数)は観測波形の場合と同じであるような、上下動および水平

動の組合せのモデルを求めている。

また、時刻零以外の上下動モデルがインパルス応答の場合には零であるのに対し、NIOM法ではこの変動を許容し、増加させている。一方、NIOM法では、(5)式より、伝達関数で関係づけられているすべての上下動と水平動との組合せの集合(この中にはインパルス応答の場合も含まれる)の中で、上下動と水平動との変動(自乗振幅)の和を最小化させている。すなわち、NIOM法では、インパルス応答とは異なり、時刻零以外において上下動モデルの変動を許容する(増加させる)ことにより、水平動モデル(上下動モデルと伝達関数から求められる)の変動をそれ以上に減少させ、上下動と水平動との全体としての変動を最小化している[Haddadi and Kawakami (1998)]。そして、簡単なモデル波形を得、多くの波形の関係を理解しやすくしている。

§ 3. 観測地震波

本研究で用いた地震は、チベットとインドの境界で発生し世界中で観測された地震である。本地震は1999年3月28日の19時5分13秒に発生し、マグニチュードは6.6、震央は北緯30.49度、東経79.29度、震源深さは約33 kmである[Incorporated Research Institutions

Fig. 8. Original NIOM results for stations ASCN, BOSA, FFC, and PAB ($s=0$).

for Seismology, IRIS].

Fig. 1 の地図上には、震央と本解析で使用した 8 つの観測地点 ASCN, BOSA, CTAO, DUG, FFC, NEW, PAB, YSS の位置を示す。各観測地点での地震記録は長周期地震計による速度波形 3 成分（北南、東西の水平 2 成分と、上下 1 成分であり、北、東、上の方向を正の方向としている）からなり、観測地点の緯度、経度と、地震記録の情報は Table 1 に示してある。Fig. 2 と 3 はそれぞれ観測地点 BOSA, PAB での地震記録波形を示している。

§ 4. 観測地震波の解析

4.1 NIOM 法による粒子軌跡と伝播方向の解析

本節では NIOM 法を用いて粒子軌跡と波動伝播方向を検討するために、各同一観測地点（地表面）で得られた地震動の上下および水平成分の相関をモデル化した。まず、北南と東西成分の観測波形を用いて、北から時計回りに 10, 20, ..., 180 度の方向の水平成分の波形を計算した。そして、得られた 18 個すべての水平成分の波形と、上下成分の波形を用いて、NIOM 法により粒子軌跡をモデル化した。ただし、本論文では、伝達関数を、(1)

式に示すように線形理論に基づき時間に依存しない関数として求めているので、得られたモデルも時間に依存しない（時間に関する平均的な）モデルである。

以上の解析を 8 つの観測地点の記録に適用した。Fig. 4 には ASCN, BOSA, FFC, PAB の 4 観測地点の記録に適用した結果を 4 つの図にそれぞれ示し、また、Fig. 5 には CTAO, DUG, NEW, YSS の 4 観測地点の記録に適用した結果を 4 つの図にそれぞれ示してある。各図は NIOM 法により、上下成分と、北から 10 度から 180 度の方向の水平成分を用いて解析した結果を示している。最も上の曲線は上下動モデル $x(t)$ であり、上から 2 番目から 19 番目の曲線は北からそれぞれ 180, 170, ..., 10 度の水平動モデル $y(t)$ を示している。ただし、(20)(21) 式においては、 $s=0.5$ および $c_0=c_1=\dots=c_M=1$, $k_0=k_1=\dots=k_M=1$ を用いている。また、短周期成分をカットして約 7 秒以上の周期に対するモデルを示している。

Fig. 4 と 5 より、卓越周期は 10~20 秒であること、また、振幅の大きな水平動モデルには時刻零 $t=0$ の両側に 1 つの山と 1 つの谷が認められ、これらの山谷の差（振幅）の値は曲線（方向の違い）により異なっていることがわかる。ただし、本解析においては、簡単化のため

Fig. 9. Original NIOM results for stations CTAO, DUG, NEW, and YSS ($s=0$).

水平成分としては北から10～180度の成分のみを用いているが、190～360度の成分はそれぞれこれらと縦軸の符号のみが逆であり、Fig. 4と5で正負の符号が逆の水平動モデルを追加して考えれば良い。

地震波の伝播方向を検討するため、粒子運動が卓越する鉛直面をまず求めた。水平動モデルの各曲線に対し山谷の差を求めFig. 6と7に示す。Fig. 6と7の破線で示すように、最大値は観測地点 ASCN, BOSA, FFC, PAB, CTAO, DUG, NEW, YSS それぞれに対し北から時計回りに約70, 60, 10, 60, 100, 160, 160, 90度の方向で生じている。例えば観測地点 ASCN では北から時計回りに70度の方向の鉛直面が粒子運動が卓越する面であると考えられる。Fig. 4と5には、こうして推定された方向に対するNIOM法による水平動モデル、例えば観測地点 ASCN では70度の結果、を太線で示している。

また、Fig. 4の太線では山が約+4～5秒で、谷が約-4～5秒で生じており、最大の山谷差を生ずる水平動モデルは上下動モデルより約90度位相が遅れている。一方、Fig. 5の太線では山が約-4～5秒で、谷が約+4～5秒で生じており、最大の山谷差を生ずる水平動モデルは上下動モデルより約90度位相が進んでいる。

ここで、「90度の位相のずれ」は、Fig. 4と5で時刻(横軸)が零付近の様子から判断した。つまり、ちょうどcos波とsin波が90°ずれているように、時刻が零の時に上下動は最大値(山)を示し(cos波に類似)、水平動は零(谷から山、または、山から谷への移行)を示し(sin波に類似)ていることから判断した。例えば、Fig. 4の地点では①-4～5秒で水平最小、②0秒で上下最大、水平零、③+4～5秒で水平最大、④+8～10秒で上下最小、水平零のような楕円軌跡が得られている。例えば、水平方向の正が東方向を示す場合には、粒子の変位が、①西、②上、③東、④下という粒子軌跡である。ちなみにFig. 5の場合には水平の正負が逆になり、例えば①東、②上、③西、④下という粒子軌跡である。これら①から④の全過程(-8～10秒から+8～10秒までで、1回転に16秒から20秒かかっており、この値は周期に相当する)で1回転の楕円運動を表している。

これらの結果は、水平成分が上下成分と90度位相がずれているという単純な半無限弾性体におけるレイリー波の粒子の楕円の軌跡の理論解と整合的である[Richert *et al.*, 1970]。そして、図中太線で示した粒子運動が卓越する面の方向は、レイリー波の場合には粒子運動

Fig. 10. Fourier spectra of time series observed and modeled at stations BOSA and PAB.

が伝播方向を含む鉛直面内で生じているため、波動の伝播方向と考えられる。

さらに、座標系（北南、東西、上下）の正負の向きを考慮し、単純な半無限弾性体におけるレイリー波の軌跡の回転方向が逆転であることを考慮すると、90度位相が遅れた Fig. 4 と 6 の場合の伝播方向は、NIOM 法に

より得られた上述の方向と逆方向であり、すなわち、観測地点 ASCN, BOSA, FFC, PAB では北から時計回転方向にそれぞれ 250, 240, 190, 240 度であると推定される。また、90 度位相が進んだ Fig. 5 と 7 の場合には、伝播方向は NIOM 法による方向と同一方向であり、すなわち、観測地点 CTAO, DUG, NEW, YSS では北から時計回転方向にそれぞれ 100, 160, 160, 90 度であると推定される。ここで、これらの推定の際には、レイリー波の伝播方向を逆向きにすると、「進む」「遅れる」が入れ替わることを考慮している。

もとより、本論文では、鉛直成分と水平成分の位相差の正負（波の進行方向に対する粒子軌跡の回転方向）からレイリー波の伝播方向を推定しているが、レイリー波の粒子軌跡の回転方向は、必ずしも逆転の向きではなく、周期、地下構造およびモードによって順転/逆転が変化する。すなわち、波線は推定できたとしても、位相差の符号だけでは伝播の向きまでは決定できない。本論文では、最も単純な半無限弾性体におけるレイリー波の粒子軌跡の回転方向の理論解（逆転）を考えた場合に、解析した波形においては、後述するように、波動伝播の向きが劣弧（短い方の大円経路）と一致することを単に示したに止まっている。

4.2 従来の方法との比較

提案した解析方法との比較のために従来の NIOM 法による結果、つまり (20) (21) 式での場合を Fig. 8 と 9 に示す。Fig. 8 と 9 および Fig. 4 と 5 を比べると、特に地点 FFC と PAB に対する既往の NIOM 法では明確な山谷が認められず、伝播方向が推定できていないのに対し、提案方法では結果が改善されていることが分かる。この理由は、従来の方法の場合 (Fig. 8 と 9) には図中最上段の上下動モデルの周期が 5 秒程度（卓越周期よりも非常に短い）であり、観測波形内に信号が少ししか含まれていない周期を中心としたモデル化を行っているのに対し、提案手法の場合 (Fig. 4 と 5) には 10–20 秒（卓越周期付近）であり、信号が多い周期付近におけるモデル化を行っているからである。さらに、この理由に加えて、短周期の波は局所的な影響を受けているという理由もある。今回の改良で実現した対象振動数の選択により、局所的な影響を受けやすい短周期の波を除くことが可能になり、より明瞭なピークを水平動モデルに生じさせることに成功した。

また、Fig. 10 には地点 BOSA と PAB における観測波形および上下・水平動モデル ($s=0.5$) ($s=0$) のフーリエスペクトルをそれぞれ実線、破線、点線で示す。太線は上下動、細線は水平動（波動伝播方向であると推定された北から 60 度の方向の成分）に対する結果を表して

Fig. 11. (a) Auto- and cross-correlation functions and (b) impulse response functions for stations ASCN and FFC.

いる。本図から $s=0$ の場合よりも $s=0.5$ の場合の方が観測波形と上下・水平動モデルのスペクトルが類似していることがわかる。また、本論文では $s=0$ および $s=0.5$ の場合の結果を示しているが、最適な s の値は解析ケースによって異なるものと考えられる。

Fig. 11 には従来の方と比較するため、(a) 上下動の自己相関関数および上下動と水平動 ($10 \sim 180^\circ$) の相互相関関数、および (b) 上下動をパルスとした場合の水平動 ($10 \sim 180^\circ$) のインパルス応答、を地点 ASCN と FFC の記録に対して計算した結果を示している。地点 ASCN の場合の上下動の自己相関関数 (図中の最上線) には時刻零近傍で高振動数が卓越しており、算定された粒子軌跡に与える観測波形のスペクトルの影響が著しい。これは、観測波形と自己相関関数とは同じスペクトルであることによる。また、地点 FFC の場合の上下動と水平動 (10° の方向) の相互相関関数 (図中の最下線) では時刻零で位相が 90 度異なる点は提案手法による結果 (Fig. 4) と同様であるが、継続時間が長い結果が求められている。一方、提案手法 (Fig. 4 と 5) では、スペクトルの比

Fig. 12. Relationship between propagation directions of Rayleigh waves obtained by NIOM method and those obtained from back azimuth.

(伝達関数)は保持されているが、スペクトルの形状は $s = 0$ の場合には全く無視されて、一般の s の場合には幾分無視されて、ひとえに単純な波形の組合せが求められている。

一方、Fig. 11(b)に示すインパルス応答では上下動として短周期のパルスが想定されるため、水平動も短周期成分が混じった振幅が小さな結果が得られており、Fig. 4と5に示された提案方法による結果と比べ明快ではないことがわかる。

また、本論文では、地震動の鉛直成分と水平成分の位相が90度ずれていることを示し、半無限弾性体上のレイリー波と整合的であることを示している。しかし、鉛直成分と水平成分の位相が90度ずれるという現象は、例えばSV波とSH波やラブ波によってでも起こりうる可能性も否定できない。また、レイリー波の複数モードが同時に存在する場合、鉛直成分と水平成分の見かけの位相差は複雑になる。本論文では複雑な組み合わせを考えたすべての可能性を完全に検討し、否定するまでの検討を行っているわけではない。本論文では観測地震動を用いてNIOM法により得られた結果が、最も単純な半無限弾性体でのレイリー波による結果と整合的であることを示しているのである。

また、本論文で解析対象にした波形は、Table 1に示す開始時刻からFig. 2と3に示すように2000–4000秒の区間のIRISにより公表されているデータである。波動の伝播方向は時間的に変動している可能性も考えられるが、本論文ではこのような詳細な検討は行っておらず今後の課題にしたい。

4.3 NIOM法による伝播方向の推定結果と大円の方 向との比較

本節では、NIOM法により得られたレイリー波の伝播方向と、震央および観測地点の位置(緯度、経度)を通る大円の方角とを比較した。大円経路のパラメーターは球面三角法を使って決定できる[Lay and Wallace (1995)]。

Fig. 12には4.1節のNIOM法で求められたレイリー波の伝播方向と観測地点での逆方位角とを比較して示している。Fig. 13には世界地図上にこの2つの方法で得られたレイリー波の伝播方向の違いを示している。震央を地図の中心に描き、太実線矢印はNIOM法で求められた波の伝播方向であり、破線は震央から観測地点まで地球の大円に沿う方向であり、円の中心を通る放射状の線で表される。Fig. 1にも両方法による違いを示している。太実線矢印はNIOM法で求められた波の伝播方向であり、破線は震央から各観測地点まで地球の大円に沿う方向である。括弧内の数値は観測地点での逆方位角か

ら得られる方向を示しており、括弧の前にはNIOM法により得られた値を示している。Fig. 1と13より両方法による値は各観測地点で類似していることがわかり、NIOM法による結果と整合的であることがわかる。Fig. 1と13より、大円からの伝播方向の違いには観測地域によって傾向があるようにも考えられるが、明確な結論を示すにはさらに多くの地震による多くの観測地点での検討が必要であり、今後の課題としたい。

また、本論文では、レイリー波の伝播方向を球面三角法により求めているが、これは地球を単層あるいは成層の弾性楕円体と考えた場合の、幾何的な方向である。この方向と提案手法から得られた伝播方向との差異には、手法自体に起因する誤差のほかに、a) 比較的短周期のレイリー波が浅い地下構造(プレートの構造・境界や地震基盤の構造)の影響を受けて変向することによる誤差、b) 比較的長周期のレイリー波であっても、地球は完全な楕円体ではなく、また震源から観測点までの距離が波長に比べて非常に長いため、波の伝播方向が幾何的な値から実際には外れることによる誤差、c) レイリー波以外の波動成分(ラブ波や実体波)の存在に起因する誤差、などが含まれている可能性がある。また、上記の要因が幾つか重なり合っている可能性も考えられる。

Fig. 13. Map of the epicenter of March 28, 1999 earthquake and seismic stations. The thick solid arrows indicate the propagation directions of Rayleigh waves estimated by the NIOM method while the dashed lines indicate the directions along the great-circle paths on the Earth.

§ 5. 結 論

本論文では従来の基準入力-出力最小化 (NIOM) 法を改良し、モデル波形と観測波形のスペクトルが類似するように式を展開した。また、与えられた振動数帯域内のモデル波形を作成する方法を展開し、従来の相互相関関数またはインパルス応答による方法との関係を考察した。

次に、観測波形としては、遠地地震による観測波形を使用し、同一観測地点（地表面）で得られた上下成分と水平成分に改良 NIOM 法を適用し、粒子軌跡を単純化した。そして、振幅が最大値を示す方向から波動の伝播方向を推定し、得られた方向が、大円の方角とよく一致することを示した。また、改良 NIOM 法でモデル化された粒子軌跡では、上下成分と水平成分に約 90 度の位相のずれがあり、楕円運動をしており、単純な半無限弾性体上のレイリー波の理論解と整合的であることを示した。改良された NIOM 法は、粒子軌跡を単純にモデル化し、レイリー波の伝播方向を解析するための新しい 1 つの簡単な方法となりうると考えられる。

謝 辞

本研究では Incorporated Research Institutions for Seismology (IRIS) による地震記録を使わせて頂きました。また、査読者の方々には貴重なご意見を頂きました。厚くお礼申し上げます。

文 献

Barker, J. S., M. Campillo, F. J. Sánchez-Sesma, D. Jognmans and S. K. Singh., 1996, Analysis of wave propagation in the valley of Mexico from a dense

array of seismometers, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **86**, 1667-1680.

Capon, J., 1969, High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, *Proc. IEEE*, **57**, 1408-1418.

Chael, E. P., 1997, An automated Rayleigh-wave detection algorithm, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **87**, 157-163.

Haddadi, H. R. and H. Kawakami, 1998, Modeling wave propagation by using Normalized Input-Output Minimization (NIOM) method for multiple linear systems, *Journal of Structural Mechanics and Earthquake Engineering*, JSCE, **15**, 29-39.

Kawakami, H. and P. A. Bidon, 1997, A simplified input output relation method using AR model for earthquake wave propagation analysis, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **26**, 1041-1057.

Kawakami, H. and H. R. Haddadi, 1998, Modeling wave propagation by using Normalized Input-Output Minimization (NIOM), *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **17**, 117-126.

Lay, T. and T. C. Wallace, 1995, *Modern Global Seismology*, Academic Press, 521 pp.

Richart, F. E., R. D. Woods, and J. R. Hall, 1970, *Vibrations of Soils and Foundations*, Prentice-Hall, 414 pp.

Tanimoto, T. and D. L. Anderson, 1985, Lateral heterogeneity and azimuthal anisotropy of the upper mantle: Love and Rayleigh waves 100-250s, *J. Geophys. Res.*, **90**(B2), 1842-1858.

Yamanaka, H. and A. Katayama, 1998, Estimation of propagation direction of Rayleigh wave by a correlation analysis, *The Effects of Surface Geology on Seismic Motion*, *Proceedings of the Second International Symposium*, **2**, 497-502.