地球内部の温度

三 木 晴 男

京都大学理学部地球物理学教室

(1953 年 10 月 29 日受理)

Temperature in the Earth

HARUO MIKI

Geophysical Institute, Faculty of Science,
Kyoto University, Kyoto, Japan

(Received October 29, 1953)

Various features on the temperature of the earth's interior were derived from the modern theory of solids. The main results are as follows: (1) Grüneisen's parameter in the B-layer (33—413 km.) must be greater than 1.5. (2) Temperature in the D-layer (1000—2898 km.) increases linearly with increasing depth and its gradient depends on the mean atomic weight rather than Grüneisen's parameter, for instance, $1.79^{\circ}/\text{km.}$ for $A=20$ and $3.73^{\circ}/\text{km.}$ for $A=40$. (3) Temperature gradient in the B-layer decreases with increasing depth.

記 号

P : 圧 力

r : 地球中心からの距離

g : 重力加速度

ρ : 密 度

T : 温 度

K_T : 等温弾性率, K_S : 断熱弾性率

α : 熱膨脹係数

c_P : 定圧比熱, c_V : 定容比熱

$\phi = K_S/\rho$

A : 平均原子量

V : 原 子 容

γ_G : Grüneisen 常数

ν_m : Debye の maximum frequency

N_L : Loschmidt 数

v_P : 弾性縦波の速度, v_S : 弾性横波の速度

理 論

地球の内部では静水圧平衡の条件が成立っている。即ち、 $dP = -g\rho dr$ とすると、深さによる密度の変化は次式で表わされる。

$$d\rho/dr = (\partial\rho/\partial P)_T dP/dr + (\partial\rho/\partial T)_P dT/dr = -g\rho^2/K_T - \rho\alpha \cdot dT/dr \quad (1)$$

τ を実際の温度勾配と断熱温度勾配との差とすると

$$dT/dr = (T\alpha/\rho c_P) dP/dr - \tau = -T\alpha g/c_P - \tau \quad (2)$$

一方、熱力学から $K_T/K_S = 1 - T\alpha^2 K_T/\rho c_P$ であるから (1) は

$$d\rho/dr = -(g\rho^2/K_T)(1 - T\alpha^2 K_T/\rho c_P) + \alpha\rho\tau = -g\rho^2/K_S + \alpha\rho\tau \quad (3)^{1)}$$

地球を数多くの、薄い球殻に分け、その任意の一つの内半径、外半径を夫々 r_1, r_2 とし、その部分の物理量には添字 1, 2 を付けて区別することにする²⁾。すると (3) は次式で近似出来る。

$$(\rho_1 - \rho_2)/(r_1 - r_2) = -(g/\phi)(\rho_1 + \rho_2)/2 + \alpha\tau \cdot (\rho_1 + \rho_2)/2$$

これを次のように変形する。

$$(A/V_1 - A/V_2)/(r_1 - r_2) = -(g/\phi)(A/V_2 + A/V_2)/2 + \alpha\tau(A/V_1 + A/V_2)/2$$

$$(1 - V_1/V_2)/(r_1 - r_2) = (1 + V_1/V_2)(\alpha\tau - g/\phi)/2$$

従つて

$$\alpha\tau = 2(1 - V_1/V_2)/(1 + V_1/V_2)(r_1 - r_2) + g/\phi \quad (4)$$

原子容の比、 V_1/V_2 は Grüneisen 常数の定義から導ける。即ち

$$\gamma_G = -d \log \nu_m / d \log V, \quad \nu_m = (9N_L/4\pi V)^{1/3}(v_P^{-3} + 2v_S^{-3})^{-1/3}$$

から

$$(V_1/V_2)^{3\gamma_G-1} = (v_P^{-3} + 2v_S^{-3})_1 / (v_P^{-3} + 2v_S^{-3})_2 \quad (5)$$

v_F, v_S は地震波の観測から分つていたので V_1/V_2 は γ_G を parameter として計算出来る。

すると ϕ は既知量、 g は地球 mantle では略一定 (約 $10^3 \text{ cm. sec.}^{-2}$) であるので (4) から $\alpha\tau$ が求まる。

一方、熱力学から

$$\alpha/c_P = \alpha/c_V(1 + T\alpha\gamma_G) \quad (6)$$

$$\gamma_G = K_S \alpha A / \rho c_P \quad (7)$$

であるから、温度は

$$T = \{(K_S/\rho)(A/\gamma_G c_V) - 1/\alpha\} / \gamma_G \quad (8)$$

先に、各深さでの $\alpha\tau$ の値を知つた、即ち α を τ の函数として求めたが、此れを (8) に入れると τ と T の函数関係が分る。これを (2) に代入して τ を消去すると T についての微分方程式を得、数値積分して、地球内部の温度が求まる。(2) の右辺第一項、断熱温度勾配、を (7) によつて $-(\rho\gamma_G Tg)/(K_S A)$ のように変形すると T の係数は既知量である。地

球の内部は高温であるので c_v は Dulong-Petit の法則によつて $2.49432 \times 10^8 \text{ erg. deg.}^{-1} \text{ mol.}^{-1}$ であると考えらる。

結 果

Table 1. Temperature (Absolute temperature)

Depth (km.)	Mean atomic weight 20			Mean atomic weight 40									
	1.5	2.0		1.5	2.0		1.5	2.0		1.5	2.0		
33	1000	1000		1000	1000		1000	1000		1000	1000		(assumed)
100	982	1058		960	1122								
200	933	1139		855	1292								
300	819	1190		616	1397								
413													
600													
800													
1000	2000	2500	3000	2000	2500	3000	2000	2500	3000	2000	2500	3000	(assumed)
1200	2256	2752	3248	2340	2825	3318	2525	3021	3516	2721	3210	3698	
1400	2590	3081	3572	2714	3188	3669	3211	3701	4191	3511	3988	4464	
1600	2952	3438	3923	3097	3560	4030	3954	4439	4923	4318	4782	5247	
1800	3348	3828	4308	3492	3944	4404	4766	5244	5722	5147	5601	6055	
2000	3711	4187	4662	3868	4311	4761	5507	5981	6454	5933	6376	6820	
2200	4136	4606	5076	4270	4703	5143	6376	6843	7311	6770	7204	7637	
2400	4439	4905	5372	4616	5041	5473	6990	7454	7918	7487	7912	8338	
2600	4813	5275	5737	4988	5405	5829	7751	8210	8669	8257	8674	9091	
2800	5198	5656	6113	5322	5770	6186	8533	8987	9442	9028	9437	9846	
2898													

計算に於ては C 層 (413—1000 km) は除外した。

B 層 (33—413 km) で γ_G を 1.5 とすると温度は深さと共に減少する。こういう温度減少は普通考えられないから B 層では Grüneisen 常数は 1.5 より大きいと考えてよい。

D 層 (1000—2898 km) では温度は深さと共に略直線的に増大し、その平均温度勾配は

Table 2. Temperature gradient in the D-layer ($^{\circ}/\text{km.}$)

Mean atomic weight	Total mean	$\gamma_G = 1.5$			$\gamma_G = 2.0$		
		$T_{1000} = 2000$	2500	3000	2000	2500	3000
20	1.79	1.79	1.75	1.73	1.87	1.82	1.77
40	3.73	3.63	3.60	3.58	3.90	3.85	3.80

Table 2 から分るように、D 層の温度勾配は平均原子量に依存し、Grüneisen 常数には殆んど依存しない。

Table 3. Temperature gradient in the B-layer ($^{\circ}/\text{km.}$)

Depth (km.)	Mean atomic weight 20	Mean atomic weight 40
33	0.864	1.761
100	0.661	1.375
200	0.321	0.638
300		

Table 3 から分るように, B 層では, 温度勾配は深さと共に減少する.

参 考 文 献

- 1) Francis Birch: Jour. Geophys. Res., p. 227, Vol. 57, 1952.
- 2) Haruo Miki: Jour. Phys. Earth, p. 19, Vol. 1, 1952.