P-S 時間の頻度分布について

——震源の空間的分布, 石本—飯田の式の係数 m , 及び媒質中の減衰との関係——

浅 田 敏・田 望

東京大学理学部 地球物理学教室

(昭和 29 年 1 月 9 日受理)

On the Frequency Distribution of the P-S Intervals of the Earthquakes Recorded at a Certain Station

Toshi ASADA, and Nozomu DEN

Geophysical Institute, Tokyo University

(Received Jan. 9, 1954)

If numbers of near earthquakes are recorded at a certain station during a certain period, the frequency curve of their P-S intervals can be obtained. As the P-S interval of a near earthquake is approximately proportional to its hypocentral distance, it is apt to be considered that the P-S interval frequency distribution stands for the geographical distribution of hypocenters. Of course, it is wrong. In the present paper, the writer pointed out that it is dependent not only on the geographical distribution of the foci, but also on $N(M)dM$ or the magnitude frequency distribution, the decay of the seismic waves, and the response of the seismograph. It is noteworthy that the value of the absorption-coefficient of the earth's crust can be estimated from the data on the P-S interval frequency distribution.

§ 1. 地震頻発地域で観測を行うと、地震計の感度及至は其他の理由によつて多少の差異はあるが、比較的短い時間内に多くの近い地震を記録することが出来る。そのようにして記録された地震をその P-S 時にしたがつて分類し適当な級間に分けて頻度分布を求めることが行われて居る。ことに余震観測についてはその例が多い。P-S 時は Omori 係数によつて震源距離 D とむすびつけられて居るので、P-S 時の度数分布はそのまま震源距離の度数分布と見做してもよい。^{脚註¹⁾} そのために直接震源の地理的分布状態を指示するかのように考えられる傾向がある。Kawasumi¹⁾ は関東地方に発生する地震について簡単なモデルを考え P-S 時の頻度分布と震度の頻度分布を同時に説明しようところまで居る。しかし、震度の頻度分布については石本

1) P-S 時を Omori 係数で震源距離とむすびつけることには勿論自から制限がある。このことについては、松沢武雄 著 地震学, 1950. pp. 171-172 参照。

飯田の式に於る Matuzawa⁽²⁾ 又は Suzuki⁽³⁾ の議論がそのまま適用出来るので、本論文に於ては P-S 時の頻度分布の問題を震度の頻度分布の問題よりきりはなして論じたいと思う。

§2. P-S 時又は D の頻度分布を考察するために最初に次のモデルを考えてみよう。すなわち地震は地表面上に一様な密度で発生して居り、且すべての地震はある一定の magnitude 又は最大復振巾をもって居るとする。この場合 “振動周期”⁽⁴⁾ もすべて同じであると考えておく。このモデルは Matuzawa が石本—飯田の式の議論をするときに採用したものと同一のものであり、下のように表現出来る。

$$\left. \begin{aligned} f(A_0) &= \infty, A_0 = a \\ f(A_0) &= 0, A_0 \neq a \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{A_0 - \varepsilon}^{A_0 + \varepsilon} f(A_0) dA_0 &= 1 \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

ここに、 A_0 は夫々の地震の震源に於る最大振巾、 a はある constant、 $f(A_0)$ は A_0 の分布を表す。この様な場合にこの地震群を地表面上のある一点で観測すると P-S 時の頻度分布は Fig. 1 のようになることは明らかである。すなわち、 $\triangle OAB$ のような直角三角形になる。地震波は D とともに減衰するから $P-S > \overline{OB}$ の範囲にある地震は観測されない。距離 $\overline{OB}$ は a 、地震計の倍率及媒質中の減衰の程度によつて定まる。一定時間に観測される地震の総数は $\triangle OAB$ の面積によつて表わされる。この様に考えれば、グラフ上 $\overline{OAC}$ より上の部分には地震が存在せず、 CAB より右の部分には地震は存在するが、観測不能であることがわかる。

Fig. 1

しかし、最大振巾に関して上述の分布密度を持つ様な群発地域は実際には未だ発見されて居ない。実在の頻発地帯ではその成立の範囲等について多少の問題⁽⁵⁾を含むとしても、magnitude 又は A_0 について

$$\left. \begin{aligned} N(M) dM &= \text{const.} \times 10^{-bM} dM \\ N(A_0) dA_0 &= \text{const.} \times A_0^{-m} dA_0 \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

の型の度数分布がなりたつて居る様である。一方、観測点での最大変位振巾を A とすると、

$$N(A) dA = \text{const.} \times A^{-m} dA, \quad (3)$$

のような同じ型の式がなりたつて居ることが経験されている。

この様な事実を考えに入れて実際に得られる P-S 時度数分布を考えてみよう。

観測された地震の総数は、頻度分布を示す曲線と横軸の間の面積であらわされることは前述の場合と同じである。地震のかずをかぞえる時に夫々の地震の観測点での最大振巾 A は考慮に

入らないから、この面積内で1ケの地震は夫々の A にかかわらず一定の面積をしめることになつて居る。然し P-S 時の夫々の級間について A の大きい地震程このグラフ上で、下の方に、すなわち、横軸に近い所におくとすると P-S 時の度数分布曲線は観測不能と可能の地震の境界を示すことになる。すなわち、曲線と横軸でかこまれた部分内に観測可能の地震があり、その外側すなわち上側には観測不能の地震が位置をしめる。

この様に考えてみると、P-S 時又は D の度数分布曲線のかたちは震源の地理学的な分布状態のみならず、 M 又は A_0 の頻度分布、及び地震波が D とともに減衰する仕方によることがわかる。更に地震動の“卓越周期”は D 及振巾に関係するから、さきの P-S 時頻度分布曲線のかたちは地震計の周波数特性によつて影響されるであろうことも容易に考えられる。

同じ場所で地震を同時に観測しても、変位記象を用いて P-S 時頻度分布を作つた結果と加速度計により得られた P-S 時頻度分布とはお互に異なる筈である。変位計による結果と有感地震の P-S 時頻度分布、すなわち人体感覚による統計結果とは後述の如く異つて居る。

特性が等しく感度の異なる地震計で観測した時、Fig. 1 に示される場合に於ては感度の高低に従つて境界 AB が右及左に動くことになる。第二の場合には各級間につき観測される地震の個数は夫々同じ割合で増減する。従つて、特性の等しく倍率のことなる地震計によつて同時観測をすることによつて地震の群発の仕方の統計的な性質を推測することが出来る。

§ 3. 前章の考察を定量的にとりあつかうために先づ最も簡単なモデルを採用してみよう。

地表面に一樣な密度で地震が発生して居る場合、それをある一点で観測した時に得られる P-S 時頻度分布を考えてみることにする。今記録紙上の最大振巾を A 、その地震の震源に於る最大振巾を A_0 と書く。

観測点より Δ , $\Delta + d\Delta$ の間に位置し、その振巾は A_0 , $A_0 + dA_0$ の間にある地震の数を

$$N_0(A_0, \Delta) dA_0 d\Delta,$$

とすると、

$$N_0(A_0, \Delta) dA_0 d\Delta = 2\pi \Delta \rho(A_0) dA_0 d\Delta, \quad (4)$$

ここに $\rho(A_0)$ は unit area に於る A_0 に関する頻度分布を示す。地震学に於て知られて居る事実より、

$$\rho(A_0) = k A_0^{-m}, \quad (5)$$

とおく。しかば、

$$N_0(A_0, \Delta) dA_0 d\Delta = 2\pi \Delta k A_0^{-m} dA_0 d\Delta, \quad (6)$$

ここに k 及 m は夫々 constant である。所で地震波は伝播距離とともに減衰するから、その観測点で観測し得る最小の地震の夫々の震源に於る振巾 A_0 は夫々の Δ が大きくなるにつ

れて増大しなくてはならない。 Δ なる震源距離で観測可能な最小の地震の A_0 を $A_{0 \min. obs.}$ と書くと,

$$A_{0 \min. obs.} = a(\Delta),$$

のように Δ の函数として表わされる。又一方地震計について記録し得る最小の地震の記録紙上の振巾を $A_{min.}$ とかくと,

$$A_{min.} = \alpha,$$

α は一応 constant として考えてよく、^(脚註²⁾) 記録装置の解析力、観測地に特有の background noise のありさま、地震計の倍率によつて定められる。しかるとき、

$$\alpha = V \cdot A_{0 \min. obs.} \cdot f(\Delta), \quad (7)$$

ここに V は倍率、 $f(\Delta)$ は Δ による地震動の、振巾の減衰の型式を示す。すなわち、

$$A = A_0 \cdot V \cdot f(\Delta). \quad (8)$$

したがって、

$$a(\Delta) = \alpha / V \cdot f(\Delta). \quad (9)$$

今、問題の観測点で観測し得る地震の内、 Δ , $\Delta + d\Delta$, の間に位置するものの数を $N(\Delta)d\Delta$ とすると、

$$N(\Delta)d\Delta = \int_{a(\Delta)}^{b(\Delta)} 2\pi k A_0^{-m} dA_0 d\Delta. \quad (10)$$

$b(\Delta)$ は考え方により色々にとれるが事実上は ∞ とおいても大した差は生じない。しかるとき、

$$N(\Delta)d\Delta = \frac{2\pi k}{m-1} \cdot \Delta \cdot a(\Delta)^{1-m} d\Delta. \quad (11)$$

又は、

$$N(\Delta)d\Delta = \frac{2\pi k \alpha^{1-m}}{m-1}, V^{m-1} \cdot \Delta \cdot f(\Delta)^{m-1} d\Delta. \quad (12)$$

すなわち、上の様なモデルを考えた時、その P-S 時頻度分布の型は、減衰の型式及地震の A_0 の頻度分布の型により定められ、又一方観測される地震総数は倍率と A_0 頻度分布によつて定められることが分る。 A_0 の頻度分布が石本一飯田の式の型をもつて居る場合、観測される地震の数は V^{m-1} に比例することも一応注意すべきであろう。このことは勿論、石本一飯田の式から容易に直接みちびくことも出来る。

§ 4. 此の地震頻度面が地下 h なる位置にあつたとする。この場合の P-S 時頻度分布を求めるには前章と同じ考えで求める式について、 $\Delta^2 + h^2 = D^2$,

- 2) 特有の spectrum をもつ background noise の上に、地震動の小振巾の記象がかさなつて記録されて居る場合には、後者の spectrum はその D によつて、たとえば P-S 時 2~3 秒位の場合と 20~30 秒の場合によつてかなり異なるから、 α はかならずしも constant とは云えないこともある。つまりある P-S 時の記象が見のがされやすい傾向の生ずる場合もある。

なる関係を考え、変数 Δ を D に変換すればよい。すなわち、

$$N(\Delta)d\Delta = \frac{2\pi k\alpha^{1-m}}{m-1} V^{m-1} \cdot \Delta \cdot f(\Delta)^{m-1} d\Delta,$$

又は,

$$N(D)dD = \frac{2\pi k\alpha^{1-m}}{m-1} V^{m-1} \cdot \Delta \cdot f(D)^{m-1} \frac{d\Delta}{dD} dD,$$

$$N(D)dD = \frac{2\pi k\alpha^{1-m}}{m-1} V^{m-1} \cdot D \cdot f(D)^{m-1} dD. \quad (13) \text{ a}$$

上の如く、さきの場合と同じ型になることが分る。ただし、 $D \leq h$ の場合には、

$$N(D)dD = 0 \quad (13) \text{ b}$$

§5. モデルをより实际的にするために厚さを有する層の例を考えることにする。層は深さ H_1 より H_2 にわたり、その内で地震は一樣な密度で発生して居るとする。この様なモデルは M_K 又は A_0 の頻度分布に関する点を除いては Kawasumi⁽⁷⁾ の採用したモデルと同一である。

厚さのある層の場合の P-S 時頻度を、 $N_h(D)dD$ と書くことにする。しかるとき、

$$D \leq H_1, \quad N_h(D)dD = 0, \quad (15) \text{ a}$$

$$\begin{aligned} H_1 < D < H_2, \quad N_h(D)dD &= N(D)dD \int_{H_1}^D dh \\ &= N(D)(D - H_1)dD, \end{aligned} \quad (15) \text{ b}$$

$$\begin{aligned} H_2 \leq D, \quad N_h(D)dD &= N(D)dD \int_{H_1}^{H_2} dh \\ &= N(D)(H_2 - H_1)dD, \end{aligned} \quad (15) \text{ c}$$

のような結果を得る。なほ、この場合は、 $\rho(A_0) = kA_0^{-m}$ に於る k の dimension は前の場合と異なる。いづれにしても $N(\Delta)d\Delta$, $N(D)dD$, $N_h(D)dD$, はすべて dimension のない数であるから、夫々の場合について constant の dimension はかわつてくる。

なほ此の式は polar-coordinates を用いて層の境界として、

$$D \cos \theta = H_1, \quad D \cos \theta = H_2$$

と置き §3 と同じ考え方で求めることも出来る。又は、ある半径 D なる球面を、おたがいの距離が h である平行二平面で切つた場合その切り口で出来る帯の表面積は、 $2\pi Dh$ であることを考えれば、上述の答の得られることは自づから明らかであろう。

§6. 実在の地震頻発地域はすべて有限の拡りをもつて居り、又かならずしもその拡りの内部で一樣に発生して居るわけではない。しかし、第一近似として §5 の如きモデル、すなわち地震は深さ H_1 及 H_2 なる二平面のあいだで一樣な密度で発生して居ると考えてもよいと思われ

Fig. 2 a

Fig. 2 b

Frequency distribution of the P-S intervals of shocks recorded by a displacement seismograph: a, at Hongo, Tokyo; and b, at Mitaka. The curves are smoothed by the arithmetic-moving-average-method.

Fig. 3 a

Fig. 4 b

Fig. 3 c

Fig. 3 d

Frequency distribution of P-S intervals calculated according to the formula in § 5.

a: $m=2$, $f(D) \propto 1/D^3$,

b: $m=1.8$, $f(D) \propto 1/D^3$,

c: $m=1.8$, $f(D) \propto 1/D^2$,

d: $m=2$, $f(D) \propto 1/D^2$.

る場合もある。この一例としては関東地方一円に発生する地震を東京で観測する場合等を取りあげることが出来る。

Fig. 4 a

Fig. 4 b

Frequency distribution of the S-P intervals of sensible earthquakes occurring during the period of 1924 and 1937.

a: Hongo, Tokyo,

b: Mitaka.

The curves are smoothed.

関東地方での観測としては Ishimoto 及 Iida⁽⁹⁾ が 1 秒微動計を用いて 1936-1939 の間に行つたものがある。彼等の観測で得られた本郷及三鷹での P-S 時頻度分布を Fig. 2 に示す。これは移動平均をとり滑らかにしてある。

この 2 例に対応するものとして、 $H_1=4$ sec, $H_2=10$ sec, なるモデルを考えてみる。すなわち、Omori 係数を 7 とすれば 28 km より 70 km にわたるあつき 42 km の層を地震頻発層と考えることにする。^(脚註³⁾) 減衰の仕方としては D^2 に比例する場合及 D^3 に比例する場合をとり、夫々 $m=2$ 及 $m=1.8$ の場合につき計算したものを Fig. 3 に示す。

関東地方の地震にこの様なモデルをあてはめる場合、計算された頻度分布と実際の P-S 時頻度分布とをあまり立入つて、比較論議することは不適當であるが、Fig. 2 及 3 を参照すれば P-S 時に関する前述の考え方が大体に於て正しいと考えてよい事が分る。^(脚註⁴⁾)

更に実際の観測の例として震研観測報告より 1924-1937 の間の東京に於る有感地震を基として作られた P-S 時頻度分布に注目して見る。Fig. 4 a 及 b はこの頻度分布に移動平均を行つて平滑にしたものである。1 秒微動計による結果である Fig. 2 とくらべると、同じ地域に発生する地震をほぼ同じ期間に観測して居るにもかかわらずそのかたちが異つて居る事に気がつく。

Ishimoto の研究⁽⁹⁾によれば震度は最大加速度と一義的關係がある。したがつて、Fig. 4 に示した P-S 時頻度分布は 10 cps の“加速度計”の観測による統計結果と等しいと考えてよい。

- 3) 深い方の境界を 70 km にとるのは普通の地殻に関する知識から考えると深すぎる様に考えられるが、これは東京湾附近に発生する地震が他の例より深く、この範囲の深さにまで分布して居るからである。
- 4) 余震観測等に於る P-S 時分布の実例を参照すると §5 記載の式と同じかたちのものが多くみられる様である。余震観測の多くは発震地域の直上で行われるために §5 に於る様なモデルが近似的になりたつて場合多いのであろう。

一方1秒微動計は記録されて居る地震が規模の小さいものであること、又は $D \leq 200$ km の範囲に属するものであることを考えると P 及 S 相では変位計として動作すると考えてよい。従って Fig. 2 及 Fig. 4 の相違は変位計と加速度計による観測の差違と考えることが出来る。

上述の P - S 時頻度分布の差異を説明するためには、この様に特性のことなる地震計で観測した場合、Fig. 2 及 4 の如き差を生じる様に地震動の spectrum が D とともに変つて居ると考えるのがおんとうであろう。すなわち、この事柄は地震動の変位振巾より最大加速度の方が D につれてよりはやく減衰すること

を示して居り、又は“卓越周期”が D とともに大になる傾向にある事を意味して居ると考えられる。又一方最大加速度 α について頻度分布をつくとやはり石本一飯田の式を得るのであるが、この場合 m が最大振巾に対する場合より大になることも考えに入れなくてはならない。⁽¹⁰⁾

いづれにしても同一の点で観測しても、 P - S 時頻度分布については、地震計の特性によりことなつた結果を得る事は興味あることがらであつて、この事実を用いて、一点観測によって地震中の“viscosity”等に関する研究をすすめることが可能であることを示して居る。

この問題については又別の論文でとりあげたいと思う。

なほ Fig. 5 は参考のために震研観測報告記載の震央を、1924 より 1940 までのものにつき plot したものである。松沢先生の御指導を感謝する。

Fig. 5 The epicenters of the shocks occurring during the period of 1924 and 1940.

H: Hongo, Tokyo,
M: Mitaka.

文 献

- 1) 河 角 広: 震研彙報 **30** (1952) p. 325
- 2) 松 沢 武 雄: 震研彙報 **19** (1941) p. 411
- 3) 鈴 木 次 郎: 地震学会講演 1948 年 10 月
- 4) 浅 田 敏: 地震 **6** (1953) p. 1
- 5) 浅 田 敏: 地震 **7** (1954) p. 21
- 6) (4) と同じ
- 7) (1) と同じ
- 8) 石本己四雄, 飯田 事: 震研彙報 **17** (1939) p. 443
- 9) 石 本 己 四 雄: 震研彙報 **10** (1932) p. 69
- 10) 浅 田 敏: 地震 **6** (1953) p. 69