地殻近傍における熱過程

——松沢の“場の論”に含まれる熱過程をめぐって——

東京大学理学部地球物理学教室 安 芸 敬 一

(昭和 28 年 12 月 20 日受理)

Thermal Processes near the Earth's Crust

Keiiti Aki

Geophysical Institute, Faculty of Science, Tokyo University.

(Received December 20, 1953)

The possible thermal processes near the earth's crust are studied with special regard to a process presented by Prof. Matuzawa in his recent paper titled “Feldtheorie der Erdbeben.”, in which a solid-liquid transformation plays an important part. Before the discussion of this particular process, the present writer gives the necessary condition for the stationary conversion of thermal energy into mechanical energy inside a system of material through which a stationary heat flow exists. It is shown that this condition is satisfied near the crust in two and only two cases, of which in the first a mass flow exists in the system, and in the second the relation $\alpha = \beta + 1$ exists between the number α of phases and the number β of components of the system. The first case corresponds to the convection theories of the cause of earthquake and the second corresponds to the phase transformation theories, to which Prof. Matsuzawa's theory belongs. The necessary heat supply for a great earthquake was shown quantitatively in his paper. It is emphasized that such an amount of heat energy can only be supplied by the convection current under the crust. And the writer obtains by the aid of experimental and theoretical laws of heat transfer through a free convection the relation between the scale of convection and the viscosity of material under the crust required for the effective operation of Matuzawa's process. If such a convection has a scale of 100km, the viscosity of material must be 10^{17} poise, its maximum current velocity is estimated to be 50 m/year and it exerts a tangential stress of the order of 10^7 dyne/cm² along the lower surface of the crust.

Those results that the subcrustal current which is believed to account for the mountain formation may accompany Matuzawa's process, that Matuzawa's process which amply explains the cause of a great earthquake needs the heat energy supplied by the subcrustal current which also exerts a considerable stress, and that the possible stationary conversion of the thermal energy into mechanical energy must be confined to the above two cases, may lead us to the conclusion that those two processes combined play a very important part in the physical phenomena near the earth's crust.

§1 緒 論

地震が、地殻内部に貯えられた歪エネルギーの放出であるという考えは、多くの人々によつ

て支持されている。坪井¹⁾は、地震とは結局、不安定場のエネルギーの問題であると述べている。そして、此の不安定場は、例えば、Grigg, Meinesz 等によれば地殻下の対流によって、Joly, Daly 等によれば相変化に伴う内部圧力の変化によって生ずる。最近松沢²⁾は、相変化によって地震が発生する過程を定量的に議論した。それによれば、500 立方杆の地下物質が融解によって、その体積を一割増加し、300 気圧の圧力増加が生じて、地殻を隆起させ、同時に歪エネルギーを貯える。地殻が隆起に伴って重力場でなす仕事は 4×10^{26} erg. であり、貯えられる歪エネルギーは 8×10^{24} erg. であり、この融解のためには、 9×10^{27} erg. の熱エネルギーを必要とする。そしてこの熱は、下からばかりでなく、横からも、熱伝導、熱対流を通じて供給される。松沢の考えた過程を簡単にのべれば以上の如くであるが、熱の供給の問題は、なお不明瞭であつて、定量的な検討が必要に思われる。この熱エネルギーの供給の種々の可能性をしらべる前に、われわれが、地殻の近傍で、考えることのできるあらゆる熱的過程の内から、ある条件を満たす過程だけをえらびだすことは意義があると思う。

熱エネルギーから、仕事への転化は、普通体積変化を通じて行われると考えてよい。例えば重力場での熱対流も、密度変化に伴う仕事で維持される。そしてある物質部分の体積変化は、その部分の熱の貯溜によって行われる。その部分を通じていくら熱が流れても、貯溜が零であつては、仕事に変わらない。地殻近傍での熱の貯溜を考えるに際して、この論文ではその原因を何かわからない突発現象に帰せしめることを避け、地殻の深部に高熱源を仮定し、そこから地表へ定常的に熱が流れ乍ら、途中で貯溜される場合だけが重要であると考えた。但し、定常ということの中に、回帰的な場合をも含める。

§ 2. 定常的な熱の貯溜のための条件

定常的に、ある物質部分へ、熱が貯溜される場合は、次の2つに限られる。物質の流れの速度を V として、

1. $V \neq 0$

$V=0$ の場合には、その系の成分の数を β 、相の数を α として、

2. $\alpha = \beta + 1$

1. の証明は簡単である。外部から物質部分への熱の供給量は、単位時間当り、 k を熱伝導率として、

$$k \int \nabla^2 T dv \quad (1)$$

である。熱の伝達の式は、 c を比熱、 ρ を密度として、

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (V \cdot \text{grad})T = a \nabla^2 T, \quad a = \frac{k}{\rho c} \quad (2)$$

であるから、定常即ち $\frac{\partial T}{\partial t}=0$ の場合にも、 $V \neq 0$ ならば、 $\nabla^2 T \neq 0$ であつて、熱は貯溜される。これは、定常的な熱対流をあらわす。

2. $V=0$, $\frac{\partial T}{\partial t}=0$, であれば、熱の貯溜は不可能に見えるが、熱伝達の式は正確には、

$$T \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{k}{\rho} \nabla^2 T \quad (3)$$

とかかれるべきであつて、

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P, M} \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_{T, M} \frac{\partial P}{\partial t} + \sum \sum \left(\frac{\partial S}{\partial M_n^i} \right)_{P, T} \frac{\partial M_n^i}{\partial t} \quad (4)$$

であるから、 $\frac{\partial T}{\partial t}=0$ でも、 $T \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{k}{\rho} \nabla^2 T \neq 0$ となる場合がある。ここに S は、単位質量当りのエントロピー、 P は圧力、 M_n^i は i 番目の相の n 番目の成分のモル数を表わす。ある相の組成は、濃度 c_n^i できまる。

$$c_n^i = M_n^i / \sum_n M_n^i = M_n^i / M^i \quad (5)$$

$$\frac{\partial M_n^i}{\partial t} = M^i \frac{\partial c_n^i}{\partial t} + c_n^i \frac{\partial M^i}{\partial t} \quad (6)$$

系が閉されているとして、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_i M_n^i \right) = 0 \quad (n=1, 2, \dots, \beta) \quad (7)$$

$$\sum_i \left(M^i \frac{\partial c_n^i}{\partial t} + c_n^i \frac{\partial M^i}{\partial t} \right) = 0 \quad (n=1, 2, \dots, \beta) \quad (8)$$

の β ケの条件がある。

相律によって、 $\alpha > \beta + 2$ の場合は有り得ないから、 $\alpha = \beta + 2$ の場合から考える、この場合には、圧力、温度、組成、共に一通りの値しかとり得ない。そのような条件が、地球内部で、成立しているとは考えられない。

$\alpha = \beta + 1$ の場合には、圧力が決まれば、温度も組成も決まるから、 $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$ ならば $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial c_n^i}{\partial t} = 0$ である。それ故、

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} &= \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P, M} \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_{T, M} \frac{\partial P}{\partial t} + \sum \sum \left(\frac{\partial S}{\partial M_n^i} \right)_{P, T} M^i \frac{\partial c_n^i}{\partial t} \\ &+ \sum \left\{ \sum \left(\frac{\partial S}{\partial M_n^i} \right)_{P, T} \cdot c_n^i \right\} \frac{\partial M^i}{\partial t} = \sum_{i=1}^{\alpha} \left\{ \sum_{n=1}^{\beta} \left(\frac{\partial S}{\partial M_n^i} \right)_{P, T} \cdot c_n^i \right\} \frac{\partial M^i}{\partial t} \end{aligned} \quad (9)$$

一方、(8) の条件によって、 $\frac{\partial M^i}{\partial t}$ の内自由なのは、 $\alpha - \beta (=1)$ 箇である。したがって、

$\alpha=\beta+1$ の場合には、熱は(9)式に従つて定常的に貯溜される。又、 $\frac{\partial P}{\partial t}=0$ でなくとも、圧力が $\oint dP=0$ に従つて回帰的に変化する場合には、温度も回帰的に変化し、(即ち $\oint dT=0$.) その間に、熱は、

$$\oint dS = \phi \sum_{i=1}^{\alpha} \left\{ \sum_{n=1}^{\beta} \left(\frac{\partial S}{\partial M_n^i} \cdot c_n^i \right) \right\} dM^i \neq 0 \quad (10)$$

に従つて貯溜される。

$\alpha \leq \beta$ の場合には、圧力及び、 $\beta - \alpha + 1$ 箇の c_n^i を一定にすることが可能なら、 $\frac{\partial T}{\partial t}=0$, $\frac{\partial c_n^i}{\partial t}=0$ となるが、 M^i の内独立なものは、 $(\alpha - \beta \leq 0$ であつて) あり得ないから

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \sum_{i=1}^{\alpha} \left\{ \sum_{n=1}^{\beta} \left(\frac{\partial S}{\partial M_n^i} \cdot c_n^i \right) \right\} \frac{\partial M^i}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

となる。したがつて定常的な熱の貯溜は行われない。

例えば、一成分の場合には、二相共存にある系にのみ、定常的な熱の貯溜が行われる。具体的に云うと、地殻を通して流れる熱量は、その厚さと、熱伝導率と、その底面温度と地表温度で定まるが、その底面の温度がその物質の融点であれば、その場所の圧力によつて定つた値をとるから、流れる熱も定つた値をとる。それ故下からその値以上の熱が流れこめば、その場所に溜らないわけには行かず、この熱は、体積変化を通して仕事をする他ない。これが、松沢の過程を生ぜしめることになる。

§ 3. 松沢過程を維持するための熱エネルギー。地表で観測される熱の流れは、平均、

$H_c = 1.3 \times 10^{-6} \text{ cal. cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ である。一方、100年に1度、半径50 kmの範囲に、 $O(10^{25}) \text{ erg}$ の地震が起るとして、それが松沢過程によるとすれば、 $O(10^{27}) \text{ erg}$ の熱エネルギーが、作業物質中

Fig. 1 Heat flow through the working material.

貯溜されねばならない。これは熱の流れに換算すると、

$H_M = O(10^{-4}) \text{ cal cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ である！それ故、熱源から供給される

べき熱流は、 $H_c + H_M = O(10^{-4}) \text{ cal cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ であり、地殻を流れている熱流の100倍である。これだけの熱を供給するのに、どのような可能性があるだろうか。

a. 放射性エネルギー。地表で観測した火成岩中の放射性熱エネルギーを次に示す。⁽³⁾

Table 1. Radioactive heat generation of igneous rocks. (after R. D. Evans and C. Goodman)

Rock Type	Heat Generation
Acidic Igneous Rock	$1.7 \times 10^{-13} \text{ cal gr.}^{-1} \text{ sec}^{-1}$
Basic Igneous Rock	0.6×10^{-13}
Ultra basic Igneous Rock	0.3×10^{-13}

松沢過程の作業物質が、内部に放射性物質を含む場合、単位質量当りの熱エネルギーの生産が、地表で観測される値と余り異ならないとすれば、それによる熱の流れは作業物質の厚さを1 kmとしても、 $O(10^{-13}) \times \rho \times 10^8 \sim O(10^{-8}) \text{ cal cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ の程度であり、 $O(10^{-4})$ には、はるかに及ばない。余程異常な、放射性物質の集中が無い限り、作業物質内部の放射性エネルギーで、松沢過程を維持することは、不可能である。一方、熱が作業物質に外部から供給される場合としては、熱伝導と熱対流の二つを考える。

b. 熱伝導 地表では、先にのべたように、平均 $1.3 \times 10^{-6} \text{ cal sec}^{-1} \text{ cm}^{-2}$ の熱の流れが観測されている。地殻の熱伝導率を $0.006 \text{ cal sec}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ deg}^{-1}$ として温度勾配は、 $20^\circ \text{C km}^{-1}$ である。地殻内部の放射性熱エネルギーのため、多少温度勾配は深さと共に減るかも知れないが、この値なら 60 km の深さで大体、普通の岩石の融解点に達するので、この温度勾配が、地殻の底まで保たれていると考える。

熱伝導のみによつて松沢過程を維持するためには、もし熱伝導率が、地殻下まで変わらないならば、100 倍の温度勾配によつて、又もし温度勾配不変ならば、100 倍の熱伝導率をもつ物質をとおして、熱が供給されなければならない。

Basalt と Granite について、熱伝導率の温度変化が、Poole によつて調べられている。⁽⁴⁾

Fig. 2. Thermal conductivity of Basalt (after Poole)

Fig. 3. Thermal conductivity of Granite (after Poole)

Fig. 2 に示されているように、Basalt では、比較的低温の範囲で、温度上昇に伴い熱伝導率の増加が見られる。Granite では、Fig. 3 のように一様に減少し、両者とも高温では、温度の上昇と共に減少する。温度の上昇と共に熱伝導率の増加する性質は、Graphite, Hematite, Quartz glass, Asbest, 等に見られるが、大部分の物質では、温度の上昇と共に減少する。熱

伝導を分子振動による熱の輸送現象と考えると、簡単な考えから⁽⁵⁾ $K = \frac{4k\nu}{a}$ という関係が得られる。 a は分子間距離、 ν は分子振動数である。それ故温度上昇に伴つて、体積が増加すると、 K は小さくなること、液化すれば更に小さくなることが予想される。しかし、圧力の影響は、これと逆の方向に働くであろう。その影響は、Basalt について、Bridgeman⁽⁶⁾ によつて調べられている。それによれば、圧力が 0~12,000 bars の範囲で次式が成立つ。

$$K = 0.00404 + 0.000019 \left(\frac{P}{1000} \right) \quad \text{at } 30^\circ\text{C}$$

$$= 0.00414 + 0.0000089 \left(\frac{P}{1000} \right) \quad \text{at } 75^\circ\text{C}$$

10,000 気圧 (深さ 35 杆程度) で、2.1~4.7% 増加するに過ぎない。300 杆の深さで 100,000 気圧に達するが、そこでもこの式が成立つとして、高々 5 割の増加である。それ故、松沢過程を生ずる近傍では、圧力、温度によつて熱伝導率が著しく増加することはないと見てよいであろう。

物質が変わって熱伝導率が大きくなることもあるかも知れない。しかし、Fig. 4 に示すよう

Fig. 4. Thermal conductivity of some rocks and minerals. (from Birch's table)

に、Granite, Gabbro, Diabase, Dunite, など、高温になると皆余り異ならぬ値に近づくように見える。結局、松沢過程を生ずる近傍では、熱伝導率が地殻内部と Order において変らないと考えるのが妥当であろう。

とすれば、松沢過程のための熱の供給を熱伝導のみで説明するには当然地殻内部の温度勾配 $20^\circ\text{C}/\text{km}$ の 100 倍の温度勾配が必要になる。たとえば、作業物質が熱源から 5 km はなれているとしても、その間に $10,000^\circ\text{C}$ の温度差が必要になる。そのような熱源を想定することは困難である。

c. 熱対流 熱対流による熱の伝達の問題は、実験的にも理論的にも古くから研究されている。その実験は、Nusselt⁽⁷⁾⁽⁸⁾ による次元解析に基いており、次の

ような無次元数の間の関係を定めることを目的としている。

$$(1) \text{ Nusselt number } Nu = \frac{Hl}{k\theta}$$

l は対流の規模をあらわす長さ、 k は熱伝導率、 θ は流体と壁との温度差、 H は対流で運ばれ

る熱の流れをあらわす。 Nu は、対流で運ばれる熱量と、伝導で運ばれる熱量の比である。

$$(2) \text{ Reynolds number } Re = \frac{U\rho l}{\mu}$$

$$(3) \text{ Prandtl number } Pr = \frac{c\mu}{k}$$

c は比熱, μ は粘性係数である。これは、粘性拡散 μ/ρ の熱拡散 $k/c\rho$ に対する比である。

$$(4) \text{ Grashof number } Gr = \frac{\alpha g \theta \rho^2 l^3}{\mu^2}$$

α は膨脹係数, これは、浮力に対する Reynolds number であつて, 例えば次のような運動方程式, $\rho(V \cdot \text{grad})V = \rho g \alpha \theta$, を無次元化して生ずる係数 $\frac{g \alpha \theta}{U^2/l}$ に, 速度を消去するために Reynolds number の自乗をかければ得られる。

地殻下に予想される熱対流は、何らかの力の場合による強制対流ではなく、熱膨脹による密度変化で維持される自由対流であると考えられる。その場合には一般流は考慮しないから、Reynolds number は除かれ、 Nu が Gr と Pr によつて定まる。更に、理論的考案から、 Nu は $Pr \times Gr$ の函数であると考えられている。これには多少の批判があり、乱流になると成立たないと云われているが、層流に対しては、

$$Nu = C(Pr \cdot Gr)^{1/4} \quad (12)$$

が理論的⁽⁸⁾に導かれる。乱流の場合には

$$Nu = C'(Pr \cdot Gr)^{1/3} \quad (13)$$

実験は、種々の幾何学的形態に対して、 C , C' を求めている。次にその結果を表にして示す。取扱われている物質は、air, water, oil, ethylene glycol 等である。

Table 2. The coefficients of equation (12) and (13) for several geometrical shapes.

形	l	c	c'	観 測 者
直 立 円 筒	高 サ	0.73	0.067	Toulkian, Hawkins, Jacob
直 立 板	高 サ	0.64		Bosch, McAdams
直立板あるいは大半径の直立円筒	高 サ	0.56	0.12	Saunders
水 平 板	巾	0.54	0.14	Saunders
水 平 円 筒	直 径	0.53		Bosch, McAdams
水平あるいは直立円筒	直 径	0.47	0.10	Saunders
二 枚 の 水 平 板	間 隔/2	0.44	0.19	Mull, Reiher
二 枚 の 垂 直 板	間 隔/2	$0.41 \times \left(\frac{L}{H}\right)^{1/9}$	$0.18 \times \left(\frac{L}{H}\right)^{1/9}$	Mull, Reiher

地殻下で、どのような形を通じて、熱の伝達が行われているかを解らないとしても、以上の

Fig. 5. Relation between the Nusselt and the Rayleigh number for several geometrical shapes.

いくつかの形の内に含まれているとすれば、 $Nu=100$ に対しては、 $Gr \cdot Pr$ は、Fig. 5 に示すように、 $10^{8.5} \sim 10^{9.5}$ の範囲内にある。この図は、層流に対する曲線である。 $Nu=100$ というのは、地殻下で熱伝導率も温度勾配も地殻内部と同程度であるとしたとき、松沢過程のために地殻内部の熱の流れの 100 倍の流れがあることを意味する。

$PrGr$ が地殻下で $10^{8.5} \sim 10^{9.5}$ という値をとることは、どういう意味をもっているであろうか。

$$PrGr = \frac{c \alpha g \theta \rho^2 l^3}{k \mu} \quad (14)$$

これは、Benard 渦の発生を決定する Rayleigh number⁽⁹⁾ λ と全く同じものである。此の式に含まれている常数の中で、比熱 c と膨脹係数 α とは、似た性質をもっていて、両者とも絶対零度で零であり、温度と共に次第に増大し、融点附近で異常に大きい値をとる。又粘性係数 μ と熱伝導率 k とは、前者が運動量の、後者が熱量の輸送現象に関係するという点で似ている。そして、似たもの同志が積の形で含まれているので、状態の変化に敏感であることが予想される。

Fig. 6. Temperature dependence of heat capacity of some rocks. (from Birch's table)

Fig. 7. Temperature dependence of thermal expansion of Disposide. (from Birch's table)

先ず比熱について調べた結果を Fig. 6 に示す。⁽⁸⁾ 比熱は Debye 温度以上では、融点附近

を除き、殆んど変らない値をもつから、余程気体に近い状態でない限り、液体の範囲、高温の固体の範囲で等しいと考えてよい。数種の岩石についての平均の値として、 $1.3 \text{ joles gr}^{-1} \text{ deg}^{-1}$ をとる。

熱膨脹係数については、Diopside のそれを Fig. 7 に示す。⁽⁸⁾ 融点附近で異常なことは比熱と同じであるが、液体としてとる値は、固体のときより大きくなる。岩石については、常温における幾つかの標本の値の平均と、標本は異うが、液体のときの値とを次表に示す。一方熱

Table 3. Thermal expansion of rocks in solid and liquid state.

Rock Type	α (at ordinary temp.)	α (liquid)
Basalt	$1.5 \times 10^{-5} \text{ deg}^{-1}$	$8.2 \times 10^{-5} \text{ deg}^{-1}$
Diorite	2.1	14.0

膨脹係数は、圧力の影響を大きくうける。アルカリ金属について Bridgeman の調べた所では、一定の体積変化に対して、 K , N_a , L_i 共に同程度の割合で減少する。岩石の圧縮率は、

Table 4. Change of thermal expansion by the change of volume for Alkali metals (estimated from Bridgeman's data)

$-\Delta v/v_0$	$\Delta\alpha/\alpha_0 (L_i)$	$\Delta\alpha/\alpha_0 (N_a)$	$\Delta\alpha/\alpha_0 (K)$
0.05	0.24	0.20	0.17
0.10	0.42	0.37	0.35

$1 \sim 2 \times 10^{-6} \text{ bar}^{-1}$ であつて、 10^4 気圧で $\frac{\Delta v}{v} = 1 \sim 2 \times 10^{-2}$, 10^5 気圧で $\frac{\Delta v}{v} = 1 \sim 2 \times 10^{-1}$, 程度であるから、相応状態の原理が成立つとして、膨脹係数が、300 杆位の深さで、地表の値の半分位になる可能性が充分ある。以上のことを考慮して、膨脹係数の値として、融点附近を除き $5 \times 10^{-5} \text{ deg}^{-1}$ を選んだ。

熱伝導率については、既にのべたが、その値として、 $2 \times 10^{-2} \text{ joules sec}^{-1} \text{ cm}^{-1} \text{ deg}^{-1}$ とする

密度は、2.6 とする。

温度勾配は、地殻内部と同一の値 20°C/km とする。

以上の諸量を用いて、Nusselt number が 100 である条件は、次式で与えられる。 l を km で、 μ を poise ではかり

$$l^4 \mu^{-1} = 2.4 \times (10^{-8.5} \sim 10^{-9.5}) \quad (15)$$

Fig. 8 に、 $l^4 \mu^{-1} = 10^{-9}$ の曲線を示す。もし、熱対流が融点附近の状態で行われるなら、この曲線は、

Fig. 8. Relation between the scale of convection current and the viscosity of material for the Nusselt number 100.

もつと上えあがり, 100 km の規模で粘性係数が 10^{20} poise 程度でよいという可能性もある。

実験の資料からは, 速度を求めることが出来ないので, 簡単な模型でそれを推定する。

§ 4. 速度の推定. Fig. 9 の如き座標系をとり, y 軸に沿って, 下から高温の物質が上昇し,

$y=0$ の壁で, 両方に分れて流れるとする。熱の伝達の式は,

$$\frac{DT}{Dt} = a \nabla^2 T, \quad a = \frac{k}{c\rho} \quad (16)$$

定常であること, 及び

$$\left| u \frac{\partial T}{\partial x} \right| \gg \left| v \frac{\partial T}{\partial y} \right|, \quad \left| \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right| \gg \left| \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|,$$

を壁の近傍で仮定し, 次式を得る。

Fig. 9. Assumed velocity profile.

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (17)$$

u を壁の近傍で展開して, 第一項のみをとり,

$$u = \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_0 y = By \quad (18)$$

とおく。(17) 式は,

$$By \frac{\partial T}{\partial x} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (19)$$

これを解くために, $w = yx^{-\frac{1}{3}}$ で変数変換すると,

$$\frac{d^2 T}{d\omega^2} + \frac{B}{3a} \omega^2 \frac{dT}{d\omega} = 0 \quad (20)$$

これを解いて,

$$T = K_1 \int_0^\omega e^{-\frac{B}{9a}\omega^3} d\omega + K_2 \quad (21)$$

対流流体温度が上昇部で t_1 であり, 壁の温度が t_0 であれば, 境界条件は,

$$y=0, \quad w=0, \quad T=t_0$$

$$x=0, \quad w=\infty, \quad T=t_1$$

故に, $K_2 = t_0$

$$K_1 = t_1 - t_0 \int_0^\infty e^{-\frac{B}{9a}\omega^3} d\omega = \frac{3\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{3}}}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} (t_1 - t_0) \left(\frac{B}{a}\right)^{\frac{1}{3}}$$

壁での温度勾配は,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_0 = \frac{3\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{3}}}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} (t_1 - t_0) \left(\frac{B}{a}\right)^{\frac{1}{3}} x^{-\frac{1}{3}} \quad (22)$$

熱の流れは、長さ L の壁について、

$$Q = - \int_0^L k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_0 dx = - \frac{3}{2} \cdot \frac{3 \left(\frac{1}{9} \right)^{\frac{1}{3}}}{\Gamma \left(\frac{1}{3} \right)} k (t_1 - t_0) \left(\frac{B}{a} \right)^{\frac{1}{3}} L^{\frac{2}{3}} \quad (23)$$

$$Nu = \frac{Q \cdot l}{-L k (t_1 - t_0)} = 0.8 \times \frac{l}{L^{\frac{1}{3}}} \left(\frac{B}{a} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (24)$$

B は、壁における速度勾配であり、これが、 Nu によつてきまることになる。

$$B = a \cdot \frac{L}{l^3} \left(\frac{Nu}{0.8} \right)^3 \quad (25)$$

a は、前節に求めた量から得られ、 $0.6 \times 10^{-2} \text{cm}^2 \text{sec}^{-1}$ である。 L が l と同程度であるとし、 $Nu=100$ に対して、 l を cm ではかれば、

$$B = 1.2 \times 10^4 \times \frac{1}{l^2} \text{sec}^{-1} \quad (26)$$

壁の受ける歪力は、 μB であるから、

$$\tau = \mu B = O(10^3) \times l^2 \text{dyne cm}^{-2} \quad (27)$$

但し l は km ではかつてある。

一方、速度分布を

$$v = u_1 \frac{y}{l} \left(1 - \frac{y}{l} \right)^2 \quad (28)$$

と仮定する。これは、壁と $y=l$ とで、 x 方向の速度が零であるような流れをあらわす。これは只、壁における速度勾配と、最大速度の関係を適当に仮定するために採用したに過ぎないが、ある種の自由対流において、実験とよく一致している。⁽⁸⁾ この場合には、 $U_{\max}$ が壁から $\frac{l}{3}$ の所にあつて、 $U_{\max} = \frac{4}{27} B l$ である。

(26) 式に代入して、

$$U_{\max} = 0.17 \times 10^4 \times l^{-1} \text{cm sec}^{-1} \quad (29)$$

を得る。 l を km ではかり、 $U_{\max}$ を m year^{-1} ではかれば次のようになる。

$$U_{\max} = 5 \times 10^3 \times l^{-1} \text{m year}^{-1} \quad (30)$$

Fig. 10 及び Fig. 11 に対流規模によって異なる歪力の値と最大速度とを示した。

§ 5. 結 論 松沢過程は、地殻下の熱の流れが、地殻内のその 100 倍程度ならば、必ず起る。そして、そのような熱の流れは、熱対流によつてのみ可能である。たとえば、10km の規模の熱対流ならば、 $U_{\max}$ は 500m year^{-1} で、その及ぼす歪力は 10^5dyne cm^{-2} であり、100km の規模の熱対流ならば、 $U_{\max}$ は 50m year^{-1} でその及ぼす歪力は 10^7dyne cm^{-2} であ

Fig. 10. Relation between the scale of convection current and the stress exerted in the case of Nusselt number 100.

Fig. 11. Relation between the scale of convection current and its maximum velocity in the case of Nusselt number 100.

る。このような熱対流があれば、松沢過程は必ず起る。それ故、山脈形成を説明する *subcrustal current* が必然的に松沢過程を伴うこと、大地震を説明する松沢過程が相当の歪力を伴う *subcrustal current* を必要とすること、そして定常的な熱エネルギーの仕事の転化がこの2つに限られていると考えられること、などからこの2つの過程が地殻に関する物理現象において主要な役割を演じていると考えてよいであろう。

此の論文では、一成分系を考えにおいて議論したが、実際の地殻近傍では、多くの成分が、融け合っているであろう。たとえば二成分が共融点にあつても、定常的な熱の貯溜が可能であり、且つ共融点は、融点より低いのが普通であるから、対流が融点附近の状態で行われ松沢過程は共融点附近の状態で行われることもあり得るだろう。対流の条件を決定する *Rayleigh number* は既に述べたように温度その他の状態によつて著しく変るから、それが地震の空間的分布を規定する一つの重要な要素となつていゝこともあり得るだろう。

参 考 文 献

- (1) 坪井忠二:「科学」18 卷, 8 号, 9 号, (1948)
- (2) T. Matuzawa: *Feldtheorie der Erdbeben*, B. E. R. I. **31** (1953) 179~202
- (3) F. Birch: *Hand book of Physical constants* (1942).
- (4) *Constantes et Données numeriques*.
- (5) 戸田盛和: 液体構造論, 共立出版, (1947) 134.
- (6) P. W. Bridgeman: *Physics of High Pressure*.
- (7) M. Fishenden and O. A. Saunders: *An Introduction to Heat Transfer*, Oxford (1950)
- (8) E. Eckert: *Wärme und Stoffaustausch*, Springer Verlag, Berlin (1949).
- (9) 竹内均, 高野健三: 科学, 23 卷 12 号 (1953)