石本・飯田の統計式における最大振幅指数について

京都大学地球物理学教室 神 村 三 郎

(昭和 29 年 4 月 8 日受理)

On the Maximum Amplitude Index in the Ishimoto-Iida's Statistical Formula.

By Saburō Kōmura

Geophysical Institute, Kyoto University.

(Received April 8, 1954)

The Ishimoto-Iida's statistical formula is represented as follows:

$$NA^m = k,$$

where, A is a traced maximum amplitude, N is an annual average frequency of small shocks with A , and m or k is a constant at that place. The index m shows some different values in accordance with the class number classifying the maximum amplitude.

In applying the Sturges' Formula to its classification, as the result of testing these values by the stochastical method, we have reached the conclusions that we need not consider both values in two directions of horizontal vibration, and moreover, the geophysical meaning of m is not lost, for the value $m=1.9$ in population is not rejected at the significance level of 5% or 1%.

In recognition of this fact, we shall be able to propose the classifying method based on the Sturges' Formula, i. e.

$$n = 1 + \log N / \log 2,$$

where, N is the total number of data, and n is the suitable class number.

Let us now apply the above method to the observational data obtained at Abuyama during 1949—1953. Thus we shall gain the results that the homogeneity of the m value and $m=1.9$ in population are not rejected (1%), regardless of the magnitude, or the extent of the observed domain, or the term of each year of observed earthquakes.

§ 1. 前 書

石本飯田の統計式¹⁾における最大振幅指数の値は最大振幅に対する組分けの階級数によってかなり相違する。又この値は地震動の観測方向別、使用した地震動の規模の大小、観測領域の広狭、等によっても相違している。筆者は此等の諸点に就いて別府地方の微弱小地震群の資料と、1949年から1953年に亘る阿武山地震観測の資料に基いて計算を進め、得られた結果に対し推計学的な立場から、それらの相違が本質的なものであるかどうかを検討した。紙面の関係もあり、主としてそれらの諸結果を報告する。

§ 2. 組分けの基準

地球物理第 I 巻²⁾ 所掲の別府地方 (所謂速見火山地区) を中心に、1929 年から 1935 年に亘って観測された資料の中、三成分の判然としたもの 66 個を任意抽出し、之を記録された最大振幅について、その最小値から最大値の間を種々の階級 (等間隔の) に組分けし、夫々の場合を最小自乗法によって求めた結果は第 I 表に示す如くである。

因に統計において階級数決定に用いる Sturges の公式³⁾ に依れば、大いさ N の資料を整理する時の適当な階級数 n は

$$n=1+\log N/\log 2$$

と与えられる。 $N=66$ に対しては $n=7$ 階級が適当である (基準 II)。階級巾の別の基準としては夫々階級巾 $w \leq \frac{1}{3}\sigma^{4)}$ による場合 (基準 III)、巾 $w \leq \frac{1}{4}\sigma^{5)}$ による場合 (基準 IV)、を仮に用いた。(但し σ は母標準偏差、なお基準 I は階級数の少い場合として便宜に例えばこの場合 5 階級とした)。

§ 3. 基準別方向別の考察

これら諸基準に基いて速見地区の微弱小地震に関し、方向別等に算出した指数の値は第 II 表に示す。

Table I.

class number	The m value
5	1. E0_{362}
7	1. 68_{158}
9	1. 45_{596}
11	1. 30_{969}
17	1. 04_{317}
21	0. 89_{998}

Table II.

Basis	Class number				The values of m			
	N. & S. Vib.	E. & W. Vib.	U. & D. Vib.	Result. Vib.	N. & S. Vib.	E. & W. Vib.	U. & D. Vib.	Resultant Vib.
I	5	5	5	5	1. E0_{362}	1. 82_{262}	1. 70_{821}	1. E3_{341}
II	7	7	7	7	1. 68_{158}	1. 59_{902}	1. 38_{999}	1. 59_{999}
III	17	18	11	14	1. 04_{317}	1. 12_{360}	1. 24_{890}	1. 13_{519}
IV	21	24	19	19	0. 89_{998}	0. 99_{526}	1. 14_{657}	1. 11_{566}

Table III.

Basis	Factor	Variation	D. F.	Unbiased variance	Snedecor's F	F_{05}, F_{01}	Significant
I	Within A groups	0.99293	11	0.090264	25.77 > 8.76 < 27.13		*
	Residual B	0.01051	3	0.003503 ₈			
	Sum C	1.00344	14				
II	A	0.73507	15	0.049005	4.50 < 8.70, 26.87		not
	B	0.03271	3	0.010903			
	C	0.76778	18				
III	A	1.39629	31	0.045042	5.10 < 8.62, 26.49		"
	B	0.02648	3	0.008826 ₇			
	C	1.42277	34				
IV	A	2.28349	42	0.054369	2.33 < 8.60, 26.40		"
	B	0.07012	3	0.023373			
	C	2.35361	45				

そして、これら指数値の相違が果して本質的なものであるかどうかは相関分析法によって検定することが出来る (第 III 表)。

これに依れば、基準 I の場合以外は何れも方向別等によって、危険率 5%, 1% 以下で母集団における指数 m の値 (母回帰係数 β) の一様性は棄却されないといえる。

Table IV.

Direction	Factor	Variation	D. F.	Unbiased variance	Snedecor's F	F ₀₅ , F ₀₁	Significant
N. & S. Vib.	A	1.43229	26	0.055088	3.54 > 2.98 < 4.64		*
	B	0.58528	3	0.19509			
	C	2.01757	29				
E. & W. Viv.	A	0.88404	25	0.035362	3.43 > 2.99 < 4.86		*
	B	0.36347	3	0.12116			
	C	1.24751	28				
U. & D. Vib.	A	1.75621	24	0.073175	1.84 < 8.64, 26.60		not
	B	0.11953	3	0.039843			
	C	1.87574	27				
Result. Vib.	A	1.33524	24	0.055635	1.13 < 3.01, 4.72		"
	B	0.18908	3	0.063027			
	C	1.52260	27				

然し乍ら、第IV表に示す如く、水平動に関する限り、基準別によって、 β の一様性は危険率 5% 以下で否定される。従って水平動を取扱う場合、基準即ち階級数を指定することが必要となる。

Table V.

Horizont. vib. & vertic. vib.					Horizontal vibration			
Basis	F	F ₀₅	F ₀₁	Signif.	F	F ₀₅	F ₀₁	Signif.
I	36.22	19.37	99.37	*	902.4	233.99	5763.7	*
II	3.46	19.40	99.41	not	19.65	236.8	5928.3	not
III	3.78	19.45	99.46	"	44.97	247.0	6189	"
IV	1.98	19.46	99.47	"	57.88	248.0	6208	"

なお第V表の結果から、基準 I 以外の組分けの場合には水平動に関しては、東西動、南北動何れを採用するも β の一様性は否定されることが分る (危険率 5% 以下)。

§ 4. $\beta=1.9$ の検定

問題の指数 m が主たる統計的意味を有するのは微弱小地震に関し成立する石本飯田の統計式から、Gutenberg と Richter が導いたエネルギーとその頻度の関係式⁶⁾を、誘導し得る⁷⁾点に在り、その数値的根拠は $m=1.9$ と置く所に在る。今 $\beta=1.9$ を検定して見よう、その結果は第 VI 表の如く、基準 II による階級数の場合、水平動に関しては、母集団における指数値 $\beta=1.9$ は危険率 5%, 1% 以下で棄却されないこととなる。

Table VI.

Direction	Basis	m	S_m (Stand. Dev. of m)	$t = \frac{m-1.9}{S_m}$	t_{05}	t_{01}	Significant
N. & S. Vib.	I	1.80 ₃	0.451		0.215 < 3.182,	5.841	not
	II	1.68 ₁	0.228		0.961 < 4.303,	9.925	"
E. & W. Vib.	I	1.82 ₂	0.315		0.248 < 2.776,	4.604	not
	II	1.59 ₀	0.213		1.455 < 3.183,	5.841	"
	III	1.12 ₉	0.285		2.705 < 2.776,	4.604	"
	IV	0.99 ₁	0.217		4.189 > 2.776 <	4.604	(barely) *

以上を要約するならば、石本一飯田の統計式において、最大振幅指数 m を問題とする時、水平動の場合には、南北動又は東西動の何れかを取扱えばよく、而も $\beta=1.9$ は否定されないのである。従って計算の便宜上、又主たる統計的意味からも、最大振幅に対する組分けの一基準として、筆者は Sturges の公式によって階級数を決定した後、指数の値を論じることとした。

§ 5. 阿武山における観測結果

1949 年始めから 1953 年末に亘る阿武山地震観測所の資料（固有周期 8 秒、倍率 2000 倍の Galitzin 型南北動地震計に依る）に基いて指数 m を上述の方式に従って規模別、領域別、年度別に求めた結果を次に記す。但し阿武山を中心とし P—S 1 分以内の地震群を採択した。

Table VII (A).

Richter's Scale M	The m value (in 1949)	Total frequency N	class number n
0~3	1.87 ₂₂₈	275	9
0~4	2.39 ₉₆₂	908	10
0~5	1.91 ₈₂₃	1080	"
0~6	2.09 ₇₇₁	1306	"

Table VII (B).

M	m	S_m	D. F.	t	t_{05}	t_{01}	Signif
0~3	1.87 ₂₂₈	0.0429	8	0.699 < 2.365,	3.499		not
0~4	2.39 ₉₆₂	0.251	9	1.992 < 2.360,	3.355		"
0~5	1.91 ₈₂₃	0.355	10	0.282 < 2.262,	3.250		"
0~6	2.09 ₇₇₁	0.204	10	0.490 < 2.262,	3.250		"

Table VII (C).

Factor	Variation	D. F.	Unbiased variance	F	F ₀₅	F ₀₁	Signif.
A	3.41522	33	0.10349	1.67 < 8.61, 26.47			not
B	0.18580	3	0.06193				
C	3.60102	36					

Table VIII (A).

P-S	m	S_m	t	$t_{0.5}$	$t_{0.1}$	Signif.
0~10''	1.93 ₅₆₉	0.149		0.268 < 2.306,	3.355	not
0~60''	2.09 ₇₇₁	0.204		0.490 < 2.262,	3.250	//

Table VIII (B).

Factor	Variation	D. F.	Unbiased variance	F	$F_{0.5}$	$F_{0.1}$	Signif.
A	0.76879	17	0.05223	2.57 < 246, 6208			not
B	0.01761	1	0.01761				
C	0.78640	18					

Table IX (A).

Year	N	n	m	t	$t_{0.5}$	$t_{0.1}$	5% Signif.	1% Signif.	1% $\beta=1.9$
1949	1306	11	2.09 ₇₇₁	0.490	2.262	3.250	not	not	is not rejected
1950	1273	11	2.13 ₁₆₁	0.891	2.262	3.250	//	//	
1951	1860	12	2.25 ₇₁₇	2.156	2.228	3.169	//	//	//
1952	1484	12	2.09 ₄₅₀	2.378	2.228	3.169	*	//	//
1953	2079	12	1.99 ₀₃₇	0.783	2.228	3.169	not	//	//

Table IX (B).

Factor	Variation	D. F.	Unbiased variance	F	$F_{0.5}$	$F_{0.1}$	Signif.
A	2.02899	47	0.043170	2.94 < 5.71, 13.71			not
B	0.05883	4	0.014708				
C	2.08782	51					

以上の結果から

i) 各規模別によっては母集団における指数値 1.9 を否定することは出来ないし (第 VII 表 (A), (B)), その一様性さえ否定することは出来ない (第 VII 表 (C)). (危険率 α 5%, 1% 以下).

ii) 又観測する震源群領域の広狭によっても, i) と同様のことがいわれる (第 VIII 表 (A) (B)). 従って最初設けられた様な微弱小地震についてという但書は必要でなく, 要するに有限領域内の地震群について考慮されればよい.

iii) 更に 1949 年 1 月始めから 1953 年 12 月末までの 5 ケ年の資料につき, 各年度毎について検定した結果も全く同様であって, $\beta=1.9$ 並にその一様性は否定出来ないこととなった (危険率 1% 以下). 唯 1952 年については, 危険率 5% で $\beta=1.9$ が否定されるけれども, これは 3 月中旬頃の大聖寺沖地震以後地震計の感度が急激に低下したため, その恢復時までの (3 月中旬~6 月末) 資料を欠くためと思われる.

終りに本研究に際し、終始御懇篤なる御指導を賜った恩師佐々憲三教授に厚く感謝致します。
なお貴重な資料を提供下さった阿武山地震観測所の北村俊吉氏の御厚意を深謝します。

文 献

- (1) M. Ishimoto and K. Iida; Bull. Earthq. Res. Inst., 17 (1939).
- (2) Geophysical Inst., Kyoto University: Geophysics, 1 (1937).
- (3) H. A. Sturges; Journal of the American Statistical Association, 21 (1926).
- (4) G. Taguchi; Quality Control, 2, No. 9, (1951).
- (5) R. A. Fisher; Statistical Methods for Research Workers, (1950).
- (6) B. Gutenberg and C. F. Richter; Seismicity of the Earth, (1949).
- (7) T. Asada, Z. Suzuki and Y. Tomoda; Bull. Earthq. Res. Inst., 29 (1951).